



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS

Letícia Rayane Silva dos Anjos

ESTRATÉGIAS PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO
A PARTIR DE UMA ABORDAGEM HÍBRIDA ROTACIONAL

Recife
2024

Letícia Rayane Silva dos Anjos

**ESTRATÉGIAS PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO
A PARTIR DE UMA ABORDAGEM HÍBRIDA ROTACIONAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, junto à linha de pesquisa Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática como parte dos requisitos obrigatórios para obtenção do título de Mestra em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof. Dr^a. Janaína de Albuquerque Couto.

Coorientador: Prof. Dr. Jadilson Ramos de Almeida

Recife

2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas da UFRPE
Biblioteca Central, Recife-PE, Brasil

A597e Anjos, Letícia Rayane Silva dos.
Estratégias para o desenvolvimento do pensamento algébrico a
partir de uma abordagem híbrida rotacional / Letícia Rayane Silva
dos Anjos. – Recife, 2024.
187 f.: il.

Orientador(a): Janaína de Albuquerque Couto.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco.
Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências e Matemática,
Recife, BR-PE, 2024.
Inclui referências e apêndice(s).

1. Pensamento algébrico 2. Rotação por Estações 3. Ensino
Personalizado 4. Educação - Matemática 5. Matemática (Ensino médio)
I. Couto, Janaína de Albuquerque, orient. II. Título

CDD 370

Letícia Rayane Silva dos Anjos

**ESTRATÉGIAS PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO
A PARTIR DE UMA ABORDAGEM HÍBRIDA ROTACIONAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, junto à linha de pesquisa Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática como parte dos requisitos obrigatórios para obtenção do título de Mestra em Ensino de Ciências e Matemática

Aprovado em: 26/07/2024

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof^a. Dr^a. Janaína de Albuquerque Couto - DMFA/UFRPE
Presidente e orientadora

Prof^a. Dr^a. Anna Paula de Avellar Brito Lima - DEd/PE
Examinadora interna

Prof^a. Dr^a. Gerlane Romão Fonseca Perrier – CODAI/UFRPE
Examinadora externa

*“Você é a escada da minha subida
Você é o amor da minha vida
É o meu abrir de olhos no amanhecer
Verdade que me leva a viver
Você é a espera na janela
A ave que vem de longe tão bela
A esperança que arde em calor
Você é a tradução do que é o amor.”*

— Blanch Van Gogh

Dedico esta dissertação a Deus, cuja graça e orientação foram luz que iluminou o meu caminho durante esta jornada acadêmica. Aos meus pais, que com amor incondicional tornaram possível cada passo deste percurso. E, aos meus queridos avós, cuja sabedoria, encorajamento, amor e carinho foram fontes constantes de inspiração e força.

AGRADECIMENTOS

“Pois só quem sonha, consegue alcançar”
— Luan Santana

É no verso de uma das músicas do meu cantor preferido que inicio os meus mais sinceros agradecimentos. Sempre fui uma sonhadora, movida por grandes sonhos e aspirações. Agora, ao alcançar esta etapa acadêmica, percebo que sonhar foi incrível, mas realizar é, sem dúvidas, ainda mais gratificante. No entanto, o caminho não foi tão fácil, mas posso afirmar que estive cercada de pessoas que tornaram essa jornada mais leve e gratificante. São a essas pessoas que dedicarei meus agradecimentos.

Ao meu Deus, o ser mais importante da minha trajetória, agradeço por me criar de maneira tão extraordinária e por guiar cada passo do meu caminho. Sem Ele eu jamais conseguiria ter chegado até aqui. Estou certa de que *“Tu me observavas quando eu estava sendo formado em segredo, enquanto eu era tecido na escuridão. Tu me viste quando eu ainda estava no ventre; cada dia de minha vida estava registrado em teu livro, cada momento foi estabelecido quando nenhuma delas havia”* (Salmos 139. 15-16).

Aos meus pais, Lucas e Roseane, por tanta coisa que não consigo ser capaz de mensurar nem em pensamentos, muito menos em palavras. Obrigada pelo apoio constante, por investirem e confiarem no meu potencial. Por respeitarem minhas escolhas e me permitirem viver com plenitude essa vida. Ao meu irmão, Luís Felipe, por compartilhar comigo momentos alegres que foram uma verdadeira rota de escape para os dias exaustivos. Aos meus avós Sebastião, Maria José, Reginaldo e Leonaide, por todo incentivo, suporte e colo em todos os momentos que precisei. Obrigada por me inspiraram a ser uma pessoa melhor para vocês e por vocês. À toda minha família, por todo apoio e encorajamento.

À Elisa Thays, que além de ser sangue do meu sangue, é uma âncora para os meus dias, é a minha pessoa nessa vida. Seus abraços e suas palavras de sabedoria, mesmo que emboladas, tem sido confortos para minha alma nos dias tristes e alegres. Compartilhar contigo todas as fases da vida tem sido um dos grandes privilégios. Obrigada pelo incentivo diário demonstrado através de nossas ligações, visitas inesperadas, e mensagens de texto diárias. E não poderia esquecer de mencionar sua filha, o maior amor que eu já sentir até agora, Laura, que mesmo sabendo muito pouco dessa vida, já me ensinou tanto sobre amar e já se tornou minha fonte diária de motivação.

Aos meus amigos, que despertam o melhor de mim e me faz me sentir viva em cada encontro que a vida nos proporciona. À minha amiga\irmã Nathália Santos que vibra comigo

todas as minhas conquistas há mais de 10 anos e divide todos os fardos e alegrias que essa vida nos proporciona. Ao meu irmão de alma, Falber Fado por vivenciar mais uma etapa acadêmica ao meu lado e ser um verdadeiro companheiro nos dias difíceis e parceiro de gargalhadas. Ao meu amigo querido, Adriano Brito, que permanece na minha vida há mais de 12 anos e sua presença, mesmo que a 117km continua sendo essencial para tornar os meus dias mais felizes e leve. À minha amiga de infância Aine, por me mostrar todos os dias que uma amizade sólida não precisa necessariamente de contato diário, mas de pessoas com um amor incondicional umas pelas outras. À Thaís Caroline, por me lembrar que tudo que vivo hoje é fruto de sonhos que compartilhei com ela há cerca de 10 anos atrás.

As amigas que encontrei durante a graduação e permanece ao meu lado até os dias atuais, Natália Medeiros que com seu cuidado diário me fez sentir o aconchego de uma mãe dentro de um abraço de uma amiga. A Yasmim Santiago, a minha dupla de residência pedagógica, que se tornou da vida. Obrigada por me proporcionar momentos de grandes gargalhadas e por acreditar em mim mesmo quando eu não acreditei.

As minhas irmãs em cristo, Carol, que com sua calma me ajuda a ter mansidão diante das dificuldades; Denise, que é um exagero de emoções, me proporciona momentos de reflexões ao mesmo tempo que me faz chorar de rir; Karla que renova minhas forças a cada encontro e juntas conseguimos amenizar a ansiedade de viver os dias; Milena, que sempre foi sinônimo de força, e foi através das palavras dela que eu fui confortada em inúmeros momentos desta caminhada, foi o seu abraço que me confortou quando nada parecia dar certo, e foram as suas orações que acalmaram meu coração, sei que nossa amizade sobrevive a 5931km, mas não vejo a hora de conseguir te abraçar novamente. A todas vocês, obrigada por todas as palavras de encorajamento e motivação. Graças a Deus que tenho vocês.

À minha orientadora, Janaína Couto, por ter aceitado o desafio que me integrou ao programa e por me apresentar a temática do Ensino Híbrido, fazendo-me inserir dentro deste contexto a partir de encontros significativos que me fizeram entender que nem sempre precisa ser uma coisa ou outra. Unir o melhor dos dois mundos também pode ser bem interessante. E essa pesquisa retrata muito bem isso. Enfim, agradeço por todas as palavras de encorajamento e apoio ao longo desta caminhada.

Ao meu coorientador, Jadilson Almeida, que me acompanha desde a graduação e mesmo sendo um homem de poucas palavras, sempre que fala consegue transmitir encorajamento e calma, até mesmo quando faz cobranças. Nossos diálogos e abraços foram aspectos vitais para conclusão dessa dissertação. Obrigada por me proporcionar encontros

prazerosos de estudos, e por aceitar me conduzir em mais uma etapa acadêmica. Você foi e continua sendo responsável pela pessoa que eu quero me tornar no futuro.

Aos meus amigos, do maior e melhor grupo de pesquisa em linha reta, o Grupo de Pesquisa em História, Epistemologia e Didática da Álgebra, obrigada por todos os encontros de reflexões, fofocas, risadas e café. Encontrar vocês é como trocar um iPhone descarregado e com uma saúde de bateria péssima, por um iPhone novinho. Agradeço também ao LAPEC pelas contribuições no momento da intervenção. Aos meus amigos, Lucas, Pedro e Maiky, pelo socorro concedido naquelas tardes de pesquisa, vocês me lembraram que “amigo é pra acudir o outro”.

Aos meus colegas de turma, que compartilharam troca de experiências e aprendizado durante os últimos dois anos, à Hemily, Simone, Vitória, Gabriele e Magda. Em especial, à Sebastião Neto, que de uma forma tão natural se tornou meu companheiro nessa jornada, me fazendo lembrar da beleza que é encontrar alguém para caminhar ao nosso lado. Obrigada pelas direções quando eu não conseguia enxergar o caminho, por me conduzir nas estradas que me trouxeram até aqui, pelos ouvidos e ombros que carregaram um pouco do meu fardo e por me permitir momentos de grandes alegrias mesmo vivendo uma montanha russa de emoções. E como diria o Pequeno Príncipe, “apesar das armadilhas, dos tombos, dos atoleiros, continuamos avançando, bem ou mal, como uma boa carroça. E agora, graças a um feliz encontro de momentos difíceis, aqui estamos nós”.

À Universidade Federal Rural de Pernambuco, onde me formei como licenciada em Matemática em 2021 e hoje tenho a satisfação de concluir mais uma etapa acadêmica. Proporcionando a mim memórias que carregarei para sempre. Ao Programa de Pós- Graduação em Ensino das Ciências, por me proporcionar momentos de aprendizados com docentes maravilhosos. Ao CODAI e a todos que aceitaram participar dessa pesquisa. À minha banca, Prof. Dra Anna Paula e Prof. Dra Gerlane Romão, pelo cuidado de ler minuciosamente cada linha escrita e pelas contribuições para o desenvolvimento e aprimoramento da minha pesquisa. Por fim, a CAPES pela bolsa concedida, ela foi essencial para o desenvolvimento desta pesquisa.

ANJOS, Letícia Rayane Silva dos. **Estratégias para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico a partir de uma abordagem híbrida rotacional**. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) — Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife: UFRPE. 2024.

RESUMO

Neste trabalho, planejou-se uma abordagem híbrida, pautada em um modelo rotacional com ênfase no ensino personalizado e na aprendizagem colaborativa. Justifica-se essa pesquisa com o propósito de identificar contribuições de uma proposta de Ensino Personalizado construída por meio de um modelo de Ensino Híbrido rotacional para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico de estudantes do primeiro nível do Ensino Médio. Nosso objetivo foi de investigar uma ação pedagógica direcionada ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico no que concerne à resolução de problemas com sequências recursivas utilizando o Modelo de Rotação por Estações. Para alcançá-lo, nossos objetivos específicos são: (1) avaliar como se a aprendizagem colaborativa e personalizada, a partir de um modelo rotacional, é capaz de subsidiar os processos de ensino e aprendizagem das sequências recursivas; (2) identificar a emergência (ou não) dos vetores caracterizadores do Pensamento Algébrico nas respostas dos estudantes participantes. De natureza qualitativa, o Percorso Metodológico desta pesquisa é subsidiado pelo Modelo de Rotação por Estações, de modo que se vislumbra proporcionar aos estudantes participantes abordagens diversificadas para favorecer o desenvolvimento do Pensamento Algébrico que vão desde resoluções de problemas até produção de materiais digitais. A coleta de dados ocorreu por meio de questionários, fichas de registros individual e coletivas e gravação de áudio e vídeo. Os dados coletados evidenciaram que em alguns momentos as estudantes apresentaram lacunas conceituais limitadas à manipulação de fórmulas sem um entendimento profundo. No entanto, também revelaram um amadurecimento conceitual a partir da personalização do aprendizado e das interações entre pares. Esta pesquisa representa um ponto de partida para investigações futuras a fim de explorar o Pensamento Algébrico de forma mais contemplativa por meio de Metodologias Ativas híbridas.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico. Rotação por Estações; Ensino Personalizado. Educação Matemática. Ensino Médio.

ANJOS, Letícia Rayane Silva dos. **Strategies for the Development of Algebraic Thinking Using a Rotational Hybrid Approach**. Dissertation (Master's Degree Education) — Graduate Program in Science Education, Federal Rural University of Pernambuco. Recife: UFRPE. 2024.

ABSTRACT

In this study, a hybrid approach was planned, based on a rotational model with an emphasis on personalized teaching and collaborative learning. This research is justified by the purpose of identifying contributions of a Personalized Teaching proposal constructed through a Hybrid Rotational Teaching model for the development of Algebraic Thinking in first-year high school students. Our goal was to investigate a pedagogical action aimed at developing Algebraic Thinking concerning the resolution of problems with recursive sequences using the Station Rotation Model. To achieve this, our specific objectives are: (1) to evaluate how collaborative and personalized learning, based on a rotational model, can support the teaching and learning processes of recursive sequences; (2) to identify the emergence (or not) of the characteristic vectors of Algebraic Thinking in the responses of participating students. This qualitative research employs the Station Rotation Model as its Methodological Pathway, aiming to provide participating students with diverse approaches to promote the development of Algebraic Thinking, ranging from problem-solving to the production of digital materials. Data collection was conducted through questionnaires, individual and collective registration forms, and audio and video recordings. The collected data revealed that, at times, students exhibited conceptual gaps limited to formula manipulation without a deep understanding. However, they also demonstrated conceptual maturation through personalized learning and peer interactions. This research represents a starting point for future investigations to explore Algebraic Thinking more comprehensively through hybrid Active Methodologies.

Keywords: Algebraic Thinking. Station Rotation. Personalized Teaching. Mathematics Education. High School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.	Meios semióticos na perspectiva de Radford	28
Figura 2.	Aspectos relevantes da abordagem híbrida	43
Figura 3.	Relações dentro do contexto híbrido	47
Figura 4.	Modelos de Ensino Híbrido segundo Horn e Staker	48
Figura 5.	Modelo de Rotação por Estações	51
Figura 6.	Percurso Metodológico da Ação Pedagógica	72
Figura 7.	Trajetória de um estudante no Modelo de Rotação por Estações	73
Figura 8.	Monitores da estação ação	74
Figura 9.	Rotação 01	76
Figura 10.	Rotação 02	75
Figura 11.	Esquema da intervenção pedagógica	81
Figura 12.	Tarefa da estação visual	87
Figura 13.	Tarefa da estação ação	95
Figura 14.	Grupo focal na estação ação	99
Figura 15.	Tarefa da estação mão na massa	93
Figura 16.	Estratégia da estudante E3	104
Figura 17.	Estratégia da estudante E4	105
Figura 18.	Estratégia da estudante E2	107
Figura 19.	Tarefa da estação desvendando o mistério	112
Figura 20.	Resolução da estudante E1	119
Figura 21.	Tarefa da estação revelando o mistério	124
Figura 22.	Grupo focal na estação revelando o mistério	130
Figura 23.	Tarefa da estação explicando o mistério	131
Figura 24.	Registro escrito da estudante E4 na estação ação	142
Figura 25.	Roteiro escrito por E4 para gravação do podcast	148
Figura 26.	Registro do esboço realizado pelas estudantes	154

LISTA DE QUADROS

Quadro 1.	Síntese dos períodos importantes no desenvolvimento da álgebra	21
Quadro 2.	Síntese dos tipos de Pensamento algébrico	27
Quadro 3.	Teóricos e seus subsídios para as Metodologias Ativas	37
Quadro 4.	Características das gerações da pedagogia	39
Quadro 5.	Aprendizagem no contexto híbrido	45
Quadro 6.	Propostas pedagógicas e possibilidades para aplicar nas estações	67
Quadro 7.	Relação dos objetivos específicos e as etapas metodológicas	68
Quadro 8.	Trajetória Interventiva	75
Quadro 9.	Descrição do material submetido à análise	79
Quadro 10.	Organização das transcrições	82
Quadro 11.	Primeiro episódio da estação visual	87
Quadro 12.	Segundo episódio da estação visual	89
Quadro 13.	Primeiro episódio da estação ação	91
Quadro 14.	Primeiro episódio da estação mão na massa	101
Quadro 15.	Segundo episódio da estação mão na massa	103
Quadro 16.	Terceiro episódio da estação mão na massa	106
Quadro 17.	Primeiro episódio da estação desvendando o mistério	112
Quadro 18.	Segundo episódio da estação desvendando o mistério	114
Quadro 19.	Terceiro episódio da estação desvendando o mistério	117
Quadro 21.	Primeiro episódio da estação revelando o mistério	131

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

BNCC	Base Nacional Curricular Comum
CODAI	Colégio Agrícola Dom Agostinho Ikas da UFRPE
CPE	Currículo de Pernambuco para o Ensino Fundamental
EH	Ensino Híbrido
FRC	Ficha de Registro Coletivo
FRI	Ficha de Registro Individual
MA	Metodologias Ativas
MMM	Movimento da Matemática Moderna
PA	Progressão Aritmética
PCPE	Parâmetros Curriculares do Estado de Pernambuco
PG	Progressão Geométrica
RTE	Rotação por Estações
TDIC	Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação
TI	Tecnologia de Informação
TIC	Tecnologia de Informação e Comunicação
TO	Teoria da Objetivação

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	15
CAPÍTULO 1 — PENSAMENTO ALGÉBRICO E SEQUÊNCIAS RECURSIVAS	19
1.1. A ALGÉBRA	19
1.2. PENSAMENTO ALGÉBRICO	23
1.2.1. Pensamento Algébrico na perspectiva de Luís Radford	26
1.3. SEQUÊNCIAS RECURSIVAS	29
CAPÍTULO 2 — TECNOLOGIAS EDUCACIONAIS	34
2.1. DISSEMINAÇÃO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS	34
2.2. ENSINO HÍBRIDO	42
2.2.1. Rotação por Estações	50
2.3. ENSINO PERSONALIZADO	55
2.4. APRENDIZAGEM COLABORATIVA	63
CAPÍTULO 3 — PERCURSO METODOLÓGICO	66
3.1. NATUREZA DA PESQUISA	68
3.2. LÓCUS DA PESQUISA E SUJEITOS DE ESTUDO	70
3.3. PERCURSO METODOLÓGICO DA AÇÃO PEDAGÓGICA	72
3.4. INSTRUMENTOS UTILIZADOS NA CONSTRUÇÃO DOS DADOS	78
3.5. ANÁLISE DE DADOS	79
3.6. QUESTÕES ÉTICAS DA PESQUISA	79
CAPÍTULO 4 — RESULTADOS E DISCUSSÃO	81
4.1. ANÁLISE PRÉ-INTERVENTIVA	83
4.2. ROTAÇÃO 01	86
4.2.1. Estação Visual	86
4.2.2. Estação Ação	94
4.2.3. Estação Mão na Massa	99
4.3. ROTAÇÃO 02	111
4.3.1. Estação Desvendando o Mistério	111
4.3.2. Estação Revelando o Mistério	123
4.3.3. Estação Explicando o Mistério	131
4.4. TRAJETÓRIA DA ESTUDANTE 4	137
CAPÍTULO 5 — CONSIDERAÇÕES	157
REFERÊNCIAS	163
APÊNDICES	177

Introdução

Ao longo dos anos, a sociedade experimentou múltiplas transformações, e o ensino da matemática foi sujeito a diversas mudanças que influenciaram significativamente os indivíduos envolvidos com este componente curricular. Diante disso, percebem-se grandes dificuldades encontradas no seu processo de ensino e de aprendizagem. Silveira (2022) expõe que, com o passar dos anos, os alunos sofrem um tipo específico de fobia, a fobia relacionada à aversão à matemática, causando assim, problemas na aprendizagem. O autor acredita que muitas dessas dificuldades são ocasionadas porque boa parte dos profissionais desta área ainda se apegam aos costumes das metodologias tradicionais, limitando o aprendizado matemático a memorização de fórmulas e testes que não são compatíveis com a realidade que o aluno está inserido.

Dessa forma, percebe-se que muitos são os desafios para o ensino da Matemática, e os alunos ainda julgam como uma das disciplinas mais difíceis quando comparadas com as outras existentes no currículo da educação básica. Essas dificuldades, quando são ampliadas, fazem com que a Matemática seja vista como uma disciplina pronta, que deve ser apenas aprendida por meio de resolução de exercícios, desqualificando-a como ciência e campo de conhecimento (Lamonato; Passos, 2011).

Nessa perspectiva, a partir de um levantamento realizado por Santos Júnior (2013), alguns autores consideram que um dos campos da matemática que os alunos demonstram ter mais dificuldades é o da álgebra. Isto pode ser consequência do fato de que a Álgebra tem sido frequentemente ensinada nas escolas apenas como um processo mecânico baseado em regras e manipulações, deixando de lado a construção do pensamento algébrico. Nesse cenário, o ensino da álgebra se torna desprovido de significado e se resume apenas a um processo repetitivo que pode ser resolvido por meio de técnicas, e como concluiu Almeida (2017), esse tipo de ensino sobreleva o transformismo algébrico.

Contudo, o ensino da álgebra nos contextos educacionais passou por diferentes enfoques ao longo do tempo, e muitos debates a respeito do seu papel e finalidade nos currículos e na prática pedagógica vem sendo realizados desde o final da década de 80 e início da de 90, quando alguns pesquisadores como Kieran (1989) e Miguel, Fiorentini e

Miorim (1992) começaram a se preocupar com o ensinar álgebra dando significado aos processos algébricos, sem reduzi-la a linguagem alfanumérica.

Seguindo essas ideias, a álgebra passou a ser entendida como uma forma de pensar (Radford, 2009, 2010). Entretanto, não existe uma definição unificada entre os pesquisadores para definir o Pensamento Algébrico, dado que são perspectivas diferentes baseadas em teorias distintas. Mas algumas dessas teorias acreditam que o processo de generalização é uma das características principais desse pensamento.

E foi nessa perspectiva que, desde a década de 90, vários investigadores como Herbert e Brown (1997); Orton e Orton (1999), começaram a defender que a exploração de padrões em sequências contribui para os estudantes desenvolverem suas capacidades de pensar algebricamente. Posteriormente, autores como Radford (2009), Borralho e Barbosa (2009, 2011), Vale (2012, 2013), Barbosa e Vale (2013), Baqueiro (2016), Regis (2017) e Vergel (2019), Silva (2021) estimularam a afirmativa que, de fato, atividades que envolvam exploração de padrões é um dos caminhos para desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes. Segundo Vale (2012) “as tarefas com padrões dão aos estudantes oportunidades para observar e verbalizar as suas próprias generalizações e traduzi-las numa linguagem mais formal de acordo com a idade” (Vale, 2012, p. 190).

Em concordância com esses autores, no Brasil, desde 2018, em decorrência da publicação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a temática álgebra tem por objetivo o desenvolvimento do pensamento algébrico, “[...] que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos” (Brasil, 2018, p. 270).

Além disso, o documento incentiva que, para esse desenvolvimento, os alunos identifiquem as regularidades, os padrões em sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas.

Dessa maneira, acreditamos que uma das formas de desenvolver o pensamento algébrico é a partir da generalização de padrões. Além disso, concordamos com a perspectiva de Radford (2009) que destaca o desenvolvimento do Pensamento Algébrico a partir de uma aprendizagem colaborativa em que há “a soma das mentes dos envolvidos” (Morris, 1997). Pois, esse tipo de aprendizagem é mais eficiente e colaborativo, ao invés de ser competitiva e isolada. A partir da troca de ideias com outras pessoas, os indivíduos

melhoram o pensamento e aprofundam o entendimento (Gerdy, 1998, apud Wiersema, 2000).

Nesse sentido, Filatro e Cavalcante (2018) concordam que,

Ao contrário de aprender individualmente, em um ambiente de aprendizagem colaborativo, os alunos interagem continuamente uns com os outros, compartilham ideias, conhecimentos, habilidades e contribuem para o sucesso de todos em um grupo. Aprender de forma colaborativa promove a aprendizagem profunda e o pensamento crítico, incentiva a autoestima e a aceitação dos outros, e o interesse dos alunos em aprender. (Filatro; Cavalcante, 2022, p.67)

Portanto, concluímos que para inovar os processos de ensino e de aprendizagem da matemática, é necessário estabelecer na sala de aula estratégias que favoreçam a aprendizagem. Filatro e Cavalcante (2022) expõem três princípios essenciais que estão presentes nas Metodologias Ativas, são eles: o protagonismo do aluno, a colaboração e a ação-reflexão. Sendo assim, utilizar a aprendizagem colaborativa em uma perspectiva de estímulo à aprendizagem traz mais autonomia durante o processo.

Contudo, percebe-se que a sala de aula convencional, que se baseia na hegemonia das aulas expositivas, ainda é um obstáculo para a qualidade do processo de aprendizagem. Desse modo, é imprescindível que o contexto educacional acompanhe as inovações que estão acontecendo no mundo. Camargo e Daros (2018) expõem que as salas de aula convencionais permitem um método eficaz para ensinar, contudo, são menos adequadas para a aprendizagem, uma vez que,

Em uma exposição, o estudante sai com a falsa impressão de que aprendeu muito, mas, na verdade, não aprendeu quase nada. Ele apenas teve contato com muitas informações, pode até tê-las compreendido, mas isso não significa que tenha aprendido, pois o aprendizado efetivo exige aplicabilidade do conhecimento compreendido (Camargo; Daros, 2018, p. 11).

Portanto, para desenvolver a autonomia e reflexão dos estudantes, é necessário planejar e desenvolver abordagens que favoreçam a aprendizagem a partir da colaboração entre os indivíduos envolvidos. A vista disso, as abordagens híbridas surgem como estratégias inovadoras que consistem na combinação de atividades presenciais e atividades realizadas por meio das tecnologias digitais de informação e comunicação (Bacich; Neto; Trevisani, 2015).

Uma das abordagens híbridas que vai ao encontro do modelo convencional é o modelo de Rotação por Estações, que tem como principal característica a mudança do formato padronizado das salas de aula, em que as bancas estão em fileiras e o professor permanece à frente de todos os estudantes. No modelo de Rotação por Estações, segundo Horn e Staker (2015), o espaço que ocorre as estações não é necessariamente a sala de aula, os alunos trabalham colaborativamente e existe o artefato tecnológico fazendo parte do processo de aprendizagem.

Assim, tendo em vista o cenário atual dos processos de ensino e da aprendizagem da álgebra escolar, entendendo que o contexto educacional deve se reestruturar com o objetivo de promover o protagonismo e autonomia dos estudantes que estão inseridos em uma sociedade tecnológica, justificamos esta pesquisa por uma intenção de responder a seguinte pergunta: “Quais as contribuições de uma proposta de ensino personalizada, desenvolvida por meio de um modelo de ensino híbrido rotacional, para o desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes do Ensino Médio?”

Diante desse contexto, para encontrarmos a resposta para a pergunta que impulsionou nossa pesquisa, nossos objetivos são:

Objetivo Geral

Investigar as contribuições e limitações de uma ação pedagógica direcionada ao desenvolvimento do pensamento algébrico, no que concerne a resolução de problemas com sequências recursivas, utilizando o modelo de rotação por estações.

Objetivo Específicos

- a) Avaliar como a aprendizagem colaborativa e personalizada, a partir de um modelo rotacional, é capaz de subsidiar os processos de ensino e de aprendizagem das sequências recursivas
- b) Identificar a emergência (ou não) dos vetores caracterizadores do pensamento algébrico (indeterminação, denotação e analiticidade) nas respostas dos estudantes;

Capítulo 1

Pensamento Algébrico e Sequências Recursivas

1.1 A ÁLGEBRA

Por longos anos a álgebra foi conhecida como a parte da Matemática que utiliza letras para indicar valores desconhecidos (Usiskin, 1995), mas a partir da década de 90 alguns autores começaram a apontar que reduzir essa temática ao simbolismo alfanumérico era equivocado. Assim, a álgebra passou a ser entendida como uma forma de pensar (Fiorentini et al., 1993; Lins; Gimenez, 1997; Kieran, 2007; Kaput 2008; Radford, 2009). Portanto,

álgebra não é apenas um conjunto de procedimentos envolvendo os símbolos em forma de letra, mas consiste, também, na atividade de generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, padrões e regras assim, a álgebra passou a ser encarada não apenas como uma técnica, mas também como uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas (Kieran, 2007, p. 5 apud Almeida, 2016, p. 39)

Porém, a evolução em torno da linguagem algébrica não aconteceu de um dia para o outro. Mas, ocorreu a partir de esforços e muito estudo da humanidade por séculos. Diante disso, Radford (2011b) destaca que,

A álgebra geralmente é vista como o domínio de uma certa linguagem simbólica de modo que, desde o começo, todos os esforços na sala de aula são feitos para que os alunos se tornem competentes nesta linguagem. Historicamente, entretanto, o ‘simbolismo’ (em seu sentido moderno, aquele que encontramos nos livros didáticos atuais) só se tornou a força motriz do desenvolvimento algébrico no período da Renascença (isto é, mais de 30 séculos depois de as primeiras ideias algébricas terem visto a luz do dia!). (Radford, 2011b, p.16-17)

Nesse sentido, Fiorentini et al. (1993) apresenta uma perspectiva histórica da álgebra evidenciando os momentos desde a álgebra Clássica, até a álgebra baseada nas diferentes culturas, como no caso da “álgebra egípcia”, “álgebra babilônica”, “álgebra grega pré-diofantina”, “álgebra diofantina”, “álgebra chinesa”, “álgebra hindu”, álgebra arábica”, álgebra da cultura Europeia renascentista” (p.79). Posteriormente, os autores

evidenciam três momentos distintos do desenvolvimento da linguagem algébrica, são elas: a retórica; sincopada; e a simbólica.

A linguagem retórica faz referência ao momento em que não se utilizava de símbolos para expressar o pensamento algébrico, mas tudo era mostrado através da linguagem corrente, como a escrita cuneiforme gravada nas tábuas de argila pelos Babilônicos. Este momento corresponde à época das antigas civilizações (4000 a 3500 a.C.), como os egípcios, os babilônicos e os gregos anteriores a Diofanto de Alexandria (Século III). É também nessa época que aparecem as primeiras palavras, como, por exemplo, “aba” que aparece no papiro de Rhind (século XVIII a.C.), para representar um número desconhecido (Almeida, 2016).

Em seguida, surge a fase da linguagem sincopada, caracterizada na época em que Diofanto começou a utilizar a palavra “arithmos” para indicar a existência da incógnita. A utilização da incógnita nesse período fez com que a álgebra comesse a ser evidenciada de uma forma mais sistemática, uma vez que tornou as equações mais abreviadas e compreensíveis mundialmente (Radford, 2011). A linguagem sincopada também foi utilizada pelos algebristas italianos do século XVI. Como no caso de Cardano (1545) que descreveu uma determinada equação da seguinte maneira: “cubus p. 6 rebus aequalis 20”, o que corresponde a “ $x^3 + 6x = 20$ ” na forma simbólica evidenciada posteriormente. (Fiorentini et al., 1993)

A fase simbólica faz referência ao momento em que as ideias algébricas passaram a ser expressas por símbolos, sem recorrer ao uso de palavras (Fiorentini et al., 1993, p.80). François Viète (1540-1603) foi o principal responsável por introduzir o simbolismo na álgebra, e, do ponto de vista de Klein (1934), Viète é o autêntico fundador da álgebra, uma vez que é a partir da percepção dele com o caráter simbólico das letras que o simbolismo algébrico é consolidado. Posteriormente, Descartes (1596-1650) consolidou essa linguagem algébrica, onde usou as últimas letras do alfabeto para referir-se à incógnita, e as primeiras letras como referência aos números fixos, ideia essa que continua presente até os dias atuais.

Contudo, percebeu-se a necessidade de diferenciar o objeto do objetivo, ou seja, o símbolo e o que ele poderia expressar palavras (Fiorentini et al., 1993). Piaget e Garcia (1987) apresentam três grandes momentos no desenvolvimento da álgebra, o intra-operacional, o interoperacional e o trans operacional. O quadro 1 resume as principais características de cada um desses períodos.

Quadro 1: Síntese dos períodos importantes no desenvolvimento da álgebra

Período	Características
Intra-operacional	Para cada problema buscava-se um método particular de solução. Ou seja, cada equação era tratada como um objeto único. Neste período, a busca por soluções era feita de forma empírica.
Interoperacional	Período caracterizado pela busca de fórmulas para solucionar as equações. Essa busca era baseada em um método que transformava equação que não tinha como resolver, em outra equivalente que poderia ser resolvida.
Trans Operacional	No século XVIII evidenciou-se a teoria das equações. Esse estudo conduziu à percepção de que as propriedades das equações não dependiam se os coeficientes e variáveis fossem números.

Fonte: Fiorentini et al. (1993)

A partir disso, percebe-se que foi através do aprofundamento dos estudos da álgebra que surgiu a necessidade da linguagem simbólica alfanumérica presente nessa temática. Silva (2021) expõe que não é interessante resumir a álgebra da sala de aula apenas com foco em seu simbolismo, uma vez que foi a progressão de ideias e necessidade de dar significado, que evidenciou a linguagem alfanumérica na álgebra.

Contudo, Castro (2003, p.6) expõe que, “o ensino da álgebra ainda está bastante referido à pedagogia tradicional baseada na sequência: definição – exemplos – aplicações”. A pesquisadora afirma ainda que, “em geral, muitos estudantes concluem o ensino fundamental com bastante dificuldade em dar significado para as atividades algébricas que lhes são propostas”. Esse fato torna-se evidente a partir do momento que esses estudantes resolvem as atividades de caráter algébrico como meros repetidores de procedimentos passados pelo professor em sala de aula. Ou seja, o processo de aprendizagem se baseia apenas em um processo repetitivo.

Mas, para entender melhor como o ensino da álgebra se desenvolveu no Brasil, Miguel, Fiorentini e Miorim (1992, 1993) dividem este percurso histórico relacionando ao grande movimento que influenciou significativamente o ensino da Matemática, o Movimento da Matemática Moderna (MMM). Os autores dividem essa trajetória em três momentos – “antes do movimento da matemática moderna”, “durante o movimento da matemática moderna” e “depois do movimento da matemática moderna”. Além disso, eles também caracterizam as fases em “*linguístico-pragmática*”, “*fundamentalista-estrutural*” e a “*fundamentalista-analógica*”, respectivamente.

A primeira concepção refere-se ao momento antes do MMM, que é a *linguístico-pragmática*. Neste período, o ensino da matemática seguia uma sequência de organização das temáticas, primeiro era ensinado aritmética, em seguida álgebra e por último geometria. Segundo Miguel, *et al* (1993) neste período prevalece,

a crença de que a aquisição, ainda que mecânica, das técnicas requeridas pelo ‘transformismo algébrico’ seria necessária e suficiente para que o aluno adquirisse a capacidade de resolver problemas, ainda que esses problemas fossem, quase sempre, artificiais, no sentido de que não era a natureza e relevância deles que determinavam os conteúdos algébricos a serem aprendidos, mas a forma como ‘fabricar’ um problema para cuja solução tais e tais tópicos, tidos como indispensáveis, deveriam ser utilizados (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993, p. 83-84)

A segunda concepção, referente a *fundamentalista-estrutural* foi evidenciada durante o MMM, o que iniciou nos anos de 1960, e tinha como principal objetivo a unificação da aritmética, da álgebra e da geometria. Neste momento, a álgebra assume um lugar de destaque nas escolas, desempenhando o papel de “fundamentador dos vários campos da matemática escolar” (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993, p. 84). Nessa época, o ensino de álgebra é dirigido para a valorização da linguagem simbólica e de cálculos algébricos. Contudo, os autores afirmam que nesse momento o ensino da álgebra começava a expor as propriedades, conceitos e como expressá-los. Foi nesse período que foi introduzida a teoria dos conjuntos na educação básica.

Após esses dois períodos, e com o fim do MMM, surge uma nova concepção que busca fazer uma síntese entre as concepções anteriores, uma vez que “procura, por um lado, recuperar o valor instrumental da álgebra e, por outro, manter o caráter fundamentalista – só que não mais de forma lógico-estrutural – de justificação das passagens presentes no transformismo algébrico” (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993, p. 84).

Na concepção “*fundamentalista-analógica*”, as justificações dos transformismos algébricos são realizadas “não com base nas propriedades estruturais, mas, sim, por meio do uso de modelos analógicos geométricos (blocos de madeira ou mesmo figuras geométricas) ou físicos (como a balança) que visualizam ou justificam as passagens do transformismo algébrico” (Fiorentini; Fernandes; Cristovão, 2005, p. 4). Segundo Almeida (2016),

Essa nova forma de ensinar a álgebra na educação básica defendia a ideia de que a utilização de materiais concretos, como blocos geométricos, tornando

assim visíveis certas identidades algébricas, seria “didaticamente superior a qualquer forma de abordagem estritamente lógico-simbólica” (Fiorentini; Miorim; Miguel, 1993, p. 84). Entretanto, essa ideia não deixaria de lado a abordagem simbólico-formal das outras concepções, acreditava-se simplesmente que essa etapa, geométrico-visual, poderia compor um estágio intermediário e/ou paralelo à abordagem simbólico-formal. (Almeida, 2016, p.47)

Percebe-se, então, que ambas as fases favorecem a linguagem simbólica algébrica, o transformismo algébrico, sem significados e nenhuma preocupação em relação à forma de pensar algebricamente. Logo, desde que o ensino da álgebra se iniciou no Brasil, a ênfase na associação da álgebra com símbolos já era enorme.

Foi a partir do fracasso do Movimento da Matemática Moderna que começaram as discussões em torno da maneira de ensinar a álgebra nas escolas, em que era voltada essencialmente para as técnicas e simbolismo, e como Almeida (2016, p.47) coloca, os pesquisadores perceberam que esta forma de ensinar “não atende ao anseio da escola e da sociedade de uma forma geral.”

Pesquisas apontam que a supervalorização da linguagem simbólica, ou até mesmo como a variável é vista, não garante a compreensão por parte dos estudantes. Essa forma de trabalhar a álgebra escolar a torna, muitas vezes, sem sentido, descontextualizada e mecânica (Kieran, 1992; Ponte; Branco; Matos, 2008)

Por este motivo, no início da década de 90 surgiram os primeiros pesquisadores que começaram a discutir e publicar suas pesquisas sobre a álgebra como forma de pensar, como Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) e Kieran (1992). Eles começaram a defender que no ensino da álgebra a parte mais importante deve ser a construção de significados para os objetos algébricos, ou seja, um ensino da álgebra voltado para o desenvolvimento do pensamento algébrico. É essa nova maneira de pensar o ensino de álgebra que iremos discutir no tópico a seguir.

1.2 PENSAMENTO ALGÉBRICO

A partir do início dos anos 1990, pesquisadores preocupados com o ensino e aprendizagem da álgebra começaram a publicar as primeiras pesquisas com foco no pensamento algébrico, ou seja, estes pesquisadores buscavam entender como os estudantes compreendiam os objetos algébricos. Lins (1992), Brito Lima (1996), Lessa (1996, 2005), Kaput, (1999, 2008), Kieran (1992, 2007), Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Arcavi (2005), Blanton e Kaput (2005), Radford (2009, 2011a, 2011c) são

exemplos de pesquisadores que estavam preocupados com essa temática. Mas, segundo Coelho e Aguiar (2018, p. 178), até os dias atuais “não existe um consenso na literatura a respeito do que significa o pensamento algébrico e o pensar algebricamente”. Este fato ocorre devido às diferentes concepções se basearem em diferentes teorias para fazer uma definição acerca do pensamento algébrico.

Para Rômulo Lins (1992) o pensamento algébrico é uma forma de produzir significado para a álgebra, ou seja, para ele, o estudante está pensando algebricamente quando ele consegue construir significado para os objetos algébricos, como as equações e inequações (Almeida, Câmara, 2017). Diante a isso, o autor caracterizou o pensamento algébrico em três tendências: o *pensar aritmeticamente*, o *pensar internamente* e o *pensar analiticamente*.

O *pensar aritmeticamente* é uma vertente em que é na linguagem aritmética que o pensamento algébrico emerge nas suas primeiras características. O aluno utiliza os números e as operações para resolver os problemas considerados algébricos. Em relação à segunda vertente, no *pensar internamente*, “os números são tratados como objetos de estudo, deixando de servir como ferramentas na resolução ou modelação de situações problemas” (Almeida, Câmara, 2017, p. 38). E por fim, o *pensar analiticamente* refere-se quando o desconhecido é tratado como conhecido, Lins (1992) destaca que nessa vertente “os elementos “desconhecidos” devem ser manipulados com base em propriedades gerais para a classe de objetos a que pertencem, e não como uma manipulação real de um determinado, específico, objeto” (Lins, 1992, p.15).

Assim como Lins (1992), Kaput (2008) acredita que a álgebra é uma atividade humana em que o conhecimento não está no objeto, mas no sujeito. Ou seja, um estudante que consegue resolver uma equação não necessariamente significa que tem o domínio da álgebra (Almeida, Câmara, 2017). Pelo contrário, para Kaput (2008) e Lins (1992),

um sujeito está visualizando ou respondendo uma equação como um objeto algébrico quando ele está pensando algebricamente, quando entende a equação como uma relação de equivalência entre o primeiro e o segundo membro e para respondê-la deve encontrar um valor para o “X” que torne a igualdade verdadeira. (Almeida, Câmara, 2017).

Para Blanton e Kaput (2005), o pensar algebricamente está ligado a um processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de exemplos particulares. Para esses pesquisadores, as generalizações podem ser expressas pelos

alunos por meio de diferentes linguagens, como a natural, gestual, numérica ou simbólica. (Almeida; Câmara, 2017).

Para Almeida e Câmara (2017) o pensamento algébrico é revelado por meio de cinco características: estabelecer relações, generalizar, modelar, operar com o desconhecido e construir significado, contudo, afirmam que a característica central é estabelecer relações.

Luis Radford, assim como Rômulo Lins, acredita que o pensamento algébrico não é desenvolvido de maneira natural. Para Radford (2011b, p. 319) “o pensamento algébrico é um tipo de reflexão e ação cultural muito sofisticado, um modo de pensamento refinado sucessivamente ao longo de séculos antes de alcançar sua forma atual”.

Diante do exposto, a perspectiva de pensamento algébrico escolhida para a investigação deste trabalho é defendida por Luis Radford, fundador da Teoria da Objetivação. A escolha por essa perspectiva se justifica pela ênfase que o autor dá à colaboração entre os indivíduos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, além de defender a multimodalidade do pensamento. Radford, propõe uma visão ampliada da prática educativa, na qual o processo de ensino e aprendizagem vai além da mera transmissão do conhecimento, mas sugere que tanto estudantes, quanto professores devem se reconhecer como sujeitos culturais ativos e críticos, inseridos em um contexto histórico e social que influencia sua maneira de aprender e ensinar (Radford, 2021).

Assim, o conhecimento é dinâmico e transformador, sendo constantemente moldado pelas trocas entre sujeitos, reforçando a ideia de que o desenvolvimento do pensamento algébrico é, de fato, um processo inacabado. Além disso, Radford (2020) pontua que os indivíduos estão em constante transformação quando entram em contato com novos saberes colaborativamente. Para o autor, a aprendizagem se torna mais significativa quando ocorre a partir das interações, em um contexto de colaboração e reflexão crítica, e a partir disso produzem saberes coletivos.

Portanto, ao adotar essa perspectiva, o trabalho reforça a importância de criar ambientes nos quais os estudantes possam interagir, explorar e desenvolver o pensamento algébrico de maneira coletiva, em consonância com as abordagens personalizadas e colaborativas defendidas no Ensino Híbrido. No subtópico seguinte, apresentaremos uma breve discussão em torno das principais características dessa vertente de pensamento algébrico.

1.2.1 Pensamento algébrico na perspectiva de Luis Radford

Na perspectiva de Radford (2011b) o pensamento algébrico se diferencia do aritmético por meio da analiticidade, que consiste em lidar com quantidades indeterminadas como se fossem conhecidas, fazendo cálculos com elas como fazemos na aritmética. Radford (2006) caracteriza o pensar algebricamente considerando três elementos que se relacionam entre si, são eles a indeterminação, a denotação e a analiticidade.

O elemento indeterminação refere-se aos objetos algébricos, como incógnitas, variáveis e parâmetros. A denotação é um modo particular de designar objetos, que não necessariamente é por meio de símbolos.

Para explicar esse elemento do pensamento algébrico, Radford nos remete a uma reflexão de Kant, filósofo alemão do século 18, que diz que enquanto os objetos da geometria podem ser representados ostensivamente, incógnitas, variáveis e outros objetos algébricos só podem ser representados indiretamente, por meio de construções baseadas em sinais (Almeida, Câmara, 2017).

E por fim, a analiticidade segundo Radford (2006) – defendida também por Lins (1992), é quando os objetos desconhecidos são manipulados analiticamente, ou seja, para o autor estamos pensando algebricamente quando conseguimos manipular, como, por exemplo, na resolução de uma equação, objetos desconhecidos de forma analítica.

Radford defende que o pensamento possui uma natureza multimodal, sendo então composto por diversos elementos, como gestos, movimentos, palavras escritas, desenhos, artefatos, entre outros (Radford, 2013b). O autor denomina esses diversos elementos como meios semióticos de objetivação, nos quais são utilizados pelos indivíduos em “processos de criação de significado social para alcançar uma forma estável de consciência, para tornar aparentes suas intenções e realizar suas ações, com o intuito de atingir o objetivo de suas atividades.” (Radford, 2003, p. 41).

Os sinais desse sistema vão além do simbolismo alfanumérico, como, por exemplo, palavras e gestos são sinais por conta própria – “semioticamente” falando, eles podem ser sinais genuinamente algébricos, como as letras (Almeida, Câmara, 2017). Contudo,

Isso não significa que eles são equivalentes ou que podemos simplesmente substituir um por outro. O que torna o sistema semiótico único e insubstituível é o seu modo de significar. Há coisas que podem ser representadas por certos sinais, e ter significado, e há coisas que não (Radford, 2009, p.35)

Radford (2009) classifica o pensamento algébrico em três vertentes, são elas: pensamento algébrico factual, pensamento algébrico contextual e o pensamento algébrico padrão. O autor descreve cada uma dessas formas de pensar a partir de ações realizadas pelos estudantes em uma atividade com generalização de padrões. No quadro 2 apresentaremos uma síntese sobre cada uma das vertentes.

Quadro 2: Síntese dos tipos de Pensamento algébrico

Forma de pensar	Características
Pensamento algébrico factual	Chamado inicialmente de forma elementar e pré-simbólica do pensamento algébrico, esta forma de pensar refere-se ao momento em que os alunos não utilizaram o simbolismo alfanumérico para mobilizar o pensamento algébrico, mas recorrem a outros meios para expor suas percepções. Nessa forma de pensar algebricamente a indeterminação, a incógnita permanece implícita. Gestos, palavras e ritmo constituem a essência semiótica dos estudantes. É, nessa forma de pensar, que os estudantes têm condições de construir, o que Radford (2009) chama de “fórmulas-em-ação”. A indeterminação ou incógnita é considerada como um espaço vazio a ser preenchido pela eventual substituição de termos particulares. Nesse sentido, a generalização, nessa forma de pensar algebricamente, ocorre dentro de uma camada primária de generalidade e em um universo de discurso que não excede números específicos.
Pensamento algébrico contextual	Esse pensamento recebe o nome de contextual devido ao fato de a dedução da fórmula estar diretamente ligada a algum contexto observado pelos estudantes durante o processo de generalização. Esta forma de pensar destaca que a indeterminação se torna um objeto explícito do discurso. Gestos e ritmos são substituídos por dêiticos linguísticos. Ou seja, o aluno que mostra características deste pensamento, são aqueles alunos que expõe suas ideias por meio de sinais, que não necessariamente são as fórmulas, uma vez que dentro desse pensamento, a fórmula deduzida no pensamento algébrico contextual tenderá a ser uma descrição espacial da figura.

Pensamento algébrico padrão	Este pensamento apresenta como principal característica o uso do simbolismo alfanumérico como meio semiótico de objetivação. Aqui a indeterminação aparece de maneira explícita. Contudo, o autor expõe que não é o “encontro” com a fórmula que implica que o aluno está pensando desta forma. Uma vez que, existem outros meios dele chegar a fórmula sem pensar algebricamente, como é o caso da tentativa e erro indução ingênua, as fórmulas icônicas.
------------------------------------	---

Fonte: Adaptado de Radford (2009).

A figura 1 apresenta os principais meios semióticos que podem ser observados dentro de cada uma das expressões do pensamento algébrico explanadas no quadro 2.

Figura 1: Meios semióticos na perspectiva de Radford



Fonte: Adaptado de Radford (2009).

Assim, é válido destacar que Radford (2018) defende que o simbolismo algébrico não é apenas o simbolismo alfanumérico, mas um conjunto de gestos, linguagem, ritmo ou quaisquer que sejam os recursos semióticos utilizados pelos estudantes no momento de generalizar.

Levando em consideração o processo de generalização estudado por Radford (2021), o autor defende esse processo como porta de entrada para a álgebra, uma vez que,

ao fazer isso, esperamos que os estudantes entrem em uma relação com um sistema histórico-cultural de ações e reflexões: formas muito específicas de perceber, refletir, produzir e investigar sequências por meio de símbolos, diagramas, objetos concretos etc., que reconhecemos institucionalmente como [formas] algébricas. Este sistema de ações e reflexões é um saber matemático – mais precisamente, um saber algébrico (Radford, 2021, p.71).

Assim, para o autor, os estudantes quando lidam com os padrões – figurativos ou numéricos, podem desenvolver o pensamento algébrico a partir da generalização de sequências com padrões, mas isto decorre de um processo em que o raciocínio vai sendo produzido por meio de superações.

Compreendemos e apoiamos esta perspectiva, por isso optamos por utilizar as sequências recursivas para promover o desenvolvimento do pensamento algébrico entre os participantes desta pesquisa. O próximo tópico abordará essa escolha, reunindo as principais ideias de diversos pesquisadores que investigam a utilização de sequências recursivas para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

1.3 SEQUÊNCIAS RECURSIVAS

Antes de iniciarmos a discussão em torno das sequências recursivas dentro de uma abordagem algébrica, salientamos primeiramente, que os padrões são a essência da Matemática, uma vez que a Matemática é a ciência de analisar e sintetizar tais padrões (Sandefur e Camp, 2004). Dentro dessa perspectiva, Devlin (2002) expõe que,

O que o matemático faz é examinar padrões abstratos, padrões numéricos, padrões de forma, padrão de movimento padrão de comportamento etc. Esses padrões podem ser reais com imaginários visuais ou imaginários, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou assumindo interesse pouco mais recreativo. Podem surgir a partir do mundo a nossa volta, das profundezas do espaço e do tempo, ou das atividades, mas oculta da mente humana (Devlin, 2002, p. 9).

Assim, visando tornar o ensino de Matemática bem-sucedido, ou seja, com ênfase em uma aprendizagem significativa, Vale (2011) estimula a aplicação de atividades que promovam a discussão e reflexão nos estudantes. Uma vez que, quando esses estudantes estão resolvendo um problema, eles formulam questões e afirmações, de modo que estejam envolvidos com seu próprio processo de aprendizagem, por conseguirem mobilizar seus recursos cognitivos e afetivos a fim de chegar no objetivo principal, solucionar o problema.

Pensando nisso, Vale (2011) defende que,

A procura de padrões é uma forte estratégia de resolução de problemas. A resolução de problemas não rotineiros e não tradicionais é um poderoso caminho que envolve os estudantes na exploração e formalismo de padrões,

levando-os a conjecturar, a verbalizar relações entre os vários elementos do padrão e generalizar. (Vale, 2011; p.14)

Isabel Vale (2011) além de pontuar diferentes áreas da Matemática que podem ser trabalhadas por meio da generalização de padrões, destaca que o ensino da álgebra por meio da resolução de problemas envolvendo padrões é, de fato, uma possível abordagem ao desenvolvimento do pensamento algébrico no ensino básico. Neste sentido, Jungbluth, Silveira e Grando (2019) argumentam que o exercício de descoberta de padrões, quando articulado com situações e contextos reais, configura-se valioso meio de significação na aprendizagem matemática favoráveis à abstração e ao desenvolvimento do pensamento algébrico. (Oliveira, 2022, p.40)

Além de Vale (2011, 2012, 2013) e Radford (2008, 2021), outros trabalhos apresentados por Barbosa (2007), Borralho e Barbosa (2009, 2011), Barbosa e Vale (2013), Baqueiro (2016), Silva (2021), Oliveira (2022), concordam que a utilização de atividades que proporcione o estudo de padrões e regularidades, podem ser, de fato, uma forma de potencializar o desenvolvimento do pensamento algébricos dos estudantes. Isto porque,

A exploração de padrões num contexto de tarefas de investigação permite desenvolver a capacidade de os estudantes, partindo de situações concretas, generalizar regras, ou seja, ajuda os estudantes a pensarem algebricamente. Em suma pode-se afirmar que a integração de tarefas de investigação com padrões, no currículo da Matemática escolar, assume um papel de destaque na abordagem à Álgebra. (Vale et al, 2006, p.61)

Barbosa (2007), afirma em sua pesquisa que quando utilizamos padrões num contexto de tarefas de investigação no ensino da álgebra é, normalmente, porque queremos auxiliar os estudantes a aprender significativamente e a envolver-se na sua aprendizagem, possibilitando assim um ambiente que tenha algo a ver com a sua realidade e experiências. A autora expõe em sua pesquisa que a partir dessas atividades os estudantes conseguem ampliar sua compreensão em relação a objetos algébricos, como o conceito de variável, que tem sido um dos grandes problemas apresentados pelos estudantes na temática da Álgebra escolar.

Para Barbosa e Borralho (2006):

A passagem dos números para um maior grau de abstração parece ser uma das etapas mais complicadas da educação matemática. Assim é essencial a escolha de estratégias adequadas que permitam aos alunos desenvolverem a

compreensão da linguagem algébrica. Como afirma Nunes e Alves (2005), os alunos precisam de ter experiências com variáveis que representam números desconhecidos, mas específicos, como com variáveis que realmente variam de valor. Além disso, os problemas de raciocínio algébrico têm caminhos de solução múltiplos, e permitem abordagens criativas pelo que os alunos deveriam ser encorajados a explorar métodos de solução alternativos. Diante todas estas observações que demonstram a pertinência do cuidado a termos, como docentes, no acompanhamento do desenvolvimento do pensamento algébrico, consideramos que vale a pena acreditar no objetivo álgebra para todos (Barbosa, Borralho, 2006, p. 255).

Em relação aos padrões inseridos nas sequências recursivas, Isabel Vale (2012), distingue em duas características, sendo elas, os padrões de repetição, este “possui um motivo identificável que se repete ciclicamente” (p.20), e os padrões de crescimento, que consiste em “cada termo muda de forma possível em relação ao anterior” (p.24). Para a autora, são os padrões de crescimento que favorecem a transição entre o pensamento aritmético e o algébrico, ou seja, são esses tipos de padrões que contribuem para a atenuação das dificuldades apresentadas pelos estudantes ao lidar com os objetos algébricos, como, por exemplo, as equações.

Diante desse processo de significação acerca da álgebra e da aritmética, Vale (2013) expõe que,

Se pretendemos fomentar o pensamento algébrico dos estudantes, temos de lhes propor tarefas para analisar, reconhecer e generalizar padrões em contextos figurativos, devendo os alunos passarem por muitas experiências que recorram a esse tipo de pensamento visual. (Vale, 2013, p.109)

Além disso, alguns pesquisadores e documentos oficiais da educação brasileira afirmam ser necessário que a generalização de padrões seja trabalhada desde os anos iniciais do ensino fundamental, sejam elas de crescimento ou de repetição, de modo que os alunos completem a sequência, perceber um determinado padrão, realizar generalizações e criar uma lei de formação (Silva, 2021, p.30).

Em seu trabalho, Silva (2021) expõe a importância, que atualmente alguns documentos oficiais da educação brasileira, como os Parâmetros Curriculares do Estado de Pernambuco – PCPE (2012), a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018) e o Currículo de Pernambuco para o Ensino Fundamental – CPE (2019), dão quanto ao ensino da álgebra e a abordagem de atividades que envolvem a generalização de padrões, salientando que essas atividades devem estar presente em quase todo o percurso do ensino fundamental. Haja vista, Baqueiro (2016) disserta que,

O processo de generalização de padrões é uma forma de conceber a álgebra que deve estar presente em todas as etapas da educação algébrica, principalmente na educação básica, constituindo-se em um dos elementos caracterizadores do pensamento algébrico que auxiliam na construção dos objetos matemáticos (Baquero, 2016, p. 190)

É por concordar com isso que Radford (2008) em um estudo realizado no Canadá, com estudantes do 8º ano, revela que as atividades que contêm a generalização de padrões esclarecem que existem maneiras diferentes de resolução, ou seja, lidar com padrões nem sempre significa pensar algebricamente. Em outras palavras, o autor expõe que, quando os estudantes estão explorando sequências com generalização de padrões, pode acontecer, até certo ponto, uma generalização que não seja a generalização algébrica. Nesse estudo realizado no Canadá, ele identificou três principais estratégias utilizadas pelos estudantes nas atividades, nas quais situa como: *indução*, *generalização aritmética* e *generalização algébrica*. Radford (2008) afirma isto, pois, segundo ele:

- I. Nem toda a atividade com padrões leva à generalização: o acesso à generalização demanda a transposição de diferentes camadas, por meio de meios semióticos de objetivação;
- II. Nem toda a atividade de generalização leva à simbolização: o autor distingue a generalização algébrica da generalização aritmética, esta última demanda um raciocínio em que não se percebe elementos de mais alta abstração;
- III. Nem toda simbolização é algébrica: o uso da simbolização pressupõe uma relação direta com processos de significação.

Para Radford (2008), os estudantes, durante as atividades com padrões, apresentam dificuldades para chegar, de início, na generalização algébrica, implicando na utilização de outros métodos, como o da tentativa e erro, até o alcance da regra geral da sequência, a qual o autor chama de *indução*. É importante destacar que, para o autor, este caminho não se configura em uma maneira de chegar ao pensamento algébrico, uma vez que o estudante, pensando dessa forma, não consegue chegar a uma expressão algébrica (Oliveira, 2022).

E com relação à *generalização aritmética*, Radford (2008) discorre que neste tipo de generalização, os estudantes são até capazes de identificar as regularidades e semelhanças existentes nas sequências, mas, como esses estudantes conseguem representar essa generalização se limita a números, de certa forma baixos, e não se

percebe o alcance da representação de uma regra geral, fazendo o uso da simbologia alfanumérica, ou até mesmo, outros símbolos representativos que exponha uma regra com dimensão infinita.

E é justamente na limitação apresentada nas duas formas anteriores, que a *generalização algébrica* se destaca, pois, segundo Radford (2008) ela é a capacidade de identificar semelhanças nos elementos distintos presentes em uma sequência, de modo que esta semelhança se aplica aos demais termos (Oliveira, 2022). Ou seja, este tipo de generalização resulta em uma expressão que revela os termos mais distantes da sequência – processo que fica limitado na generalização aritmética e na indução. Para o autor, o modo como o raciocínio que leva a regra geral é formulado, se configura como o ponto de partida à generalização algébrica e assim ao pensamento algébrico.

Diante disso, Oliveira (2022) afirma que,

Os diferentes modos de resolução de tarefas envolvendo padrões, apresentados pelos estudantes, suscitam que o desenvolvimento do pensamento algébrico, bem como indícios de sua caracterização, decorre de um processo em que o raciocínio vai sendo produzido por meio de superações, não lineares. Isso significa que o alcance do pensamento algébrico sugere uma progressão na maturidade em lidar com as relações possíveis dentro da matemática, que conduzem a um raciocínio particular, em que outros objetos matemáticos não dão conta e que é traduzido em forma de simbolização. (Oliveira, 2022, p.42)

Portanto, em nosso processo interventivo, nos debruçamos sobre a afirmativa que entende que as tarefas com exploração de generalização de padrões são como vias de acesso ao pensamento algébrico. Além disso, ao considerarmos o desenvolvimento desse pensamento como um processo dinâmico, surge a necessidade de explorar abordagens contemporâneas que potencializam esse processo e promovam a autonomia dos estudantes. Neste contexto, a integração de tecnologias educacionais e estratégias de aprendizagem colaborativa emerge como um campo promissor. No próximo capítulo, abordaremos a compreensão sobre como as práticas inovadoras de ensino e aprendizagem a partir da utilização das TDIC podem influenciar positivamente o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Capítulo 2

Tecnologias Educacionais

2.1 DISSEMINAÇÃO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS

Historicamente os primeiros meios de comunicação de massa responsáveis pela interação social foram o jornal, o rádio e a tv. E posteriormente, o computador, que até os dias atuais conecta através da internet os indivíduos uns aos outros, e transmite informações em uma velocidade ainda maior do que os meios de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) citados anteriormente.

A vista disso, Chaves (1998) ressalta que o surgimento de uma nova tecnologia promove mudanças sociais. Ou seja, após o surgimento da internet a sociedade começa a viver em um espaço que anteriormente era desconhecido, uma vez que a partir das novas tecnologias, “a comunicação acontece por meio da interconexão mundial entre computadores, configurando-se assim o ciberespaço” (Lévy, 1999, p.17).

As mudanças tecnológicas que vem acontecendo desde a metade do século XX, mudaram significativamente o comportamento da sociedade. Pinto (2008) expressa o termo *tecnologia* mediante quatro significados principais primeiro, o significado epistemológico, que entende a tecnologia como estudo; segundo a tecnologia como simples técnica; terceiro, o significado de tecnologia como o conjunto de todas as técnicas de que dispõe uma sociedade; e, quarto, a tecnologia como ideologia da técnica.

Para o autor, a tecnologia cria uma ponte entre as relações do homem com a sociedade, e os homens desenvolvem tecnologia para suprir suas necessidades. Nessa perspectiva Kenski (2012) corrobora com Pinto (2008) quando afirma que foi a engenhosidade humana que deu origem às mais diferenciadas tecnologias. Ou seja, os próprios seres humanos são responsáveis pelo processo de criação e desenvolvimento das TICs que estão presentes em seu cotidiano.

Atualmente presenciamos uma forte disseminação das TDIC inseridas em diversos contextos de interação social. Para Bertoldo, Salto e Mill (2018) as TDIC podem ser definidas como “novos meios de produção e troca de conhecimento, de promoção da

educação e da pesquisa, de organização e manejo de dados, informação e conhecimentos” (Bertoldo; Salto; Mill, 2018, p. 619)

Kenski (2012) afirma que as tecnologias têm o poder de transformar o modo de viver dos seres humanos, em termos de comportamento, pensamento e ação. A vista disso, Almeida e Valente (2011, p.21) explicam que a forte propagação das TDIC “introduzem novos modos de comunicação, permitindo a expressão do pensamento pelas modalidades como as da escrita (linear, sequencial) e da imagem (simultaneidade, espacialidade)”.

Outrossim, Kenski (2012) expõe que, para o homem se integrar totalmente na sociedade, faz-se necessário o conhecimento, e consequentemente, a tecnologia. E, para desenvolver as inovações tecnológicas, é preciso existir a educação. Portanto, para a autora, para que a tecnologia se desenvolva é preciso educação e, para a educação avançar, é necessário o uso da tecnologia, portanto, estão intrínsecas. Corroborando com a autora, Sousa et al. (2016) afirma que, se queremos refletir sobre o âmbito escolar na sociedade atual, devemos considerar adequá-lo às questões da evolução tecnológica, ou seja, à disseminação das TDIC.

Dessa forma, a intensa expansão das TDICs provoca impacto, essencialmente, na educação. Como Kenski (2008) afirma, a comunicação e a educação vivem momentos de efervescência. Uma vez que, “a grande quantidade de informação em rede também fez emergir espaços multidimensionais que impactam na aquisição de conhecimento.” (Fofonca et al., 2018).

Assim, se faz necessário que as instituições educacionais repensem seus objetivos e prática de ensino, para que os seus estudantes consigam, através dos meios cognitivos, lidar com os desafios postos pela realidade que está inserido. Diante desse contexto, Horn e Staker afirmam que, “o modelo industrial da educação atual, no qual agrupamos estudantes em classes e ensinamos o mesmo no mesmo dia, é uma forma ineficaz de aprendizagem” (Horn e Staker, 2015, p. 8). Isto implica que “os processos de organizar o currículo, as metodologias, os tempos e os espaços precisam ser revistos” (Moran, 2015, p.1).

Nessa perspectiva, Moran (2015) pontua que,

A escola padronizada, que ensina e avalia a todos de forma igual e exige resultados previsíveis, ignora que a sociedade do conhecimento é baseada em competências cognitivas, pessoais e sociais, que não se adquirem da forma convencional e que exigem proatividade, colaboração, personalização e visão empreendedora. (Moran, 2015, p.16)

A partir dessa reflexão, com o objetivo de atender as demandas dos estudantes inseridos em uma sociedade contemporânea marcada pela forte influência das TDICs, surge a necessidade de um ensino personalizado, “adaptado às necessidades particulares de um determinado estudante” (Horn; Staker, 2015, p.23).

Ou seja, é essencial um ensino que se aperfeiçoe a partir do uso de metodologias inovadoras, que possuem abordagens e técnicas diversificadas, proporcionando a autonomia do estudante (Freire, 2021) fortalecendo a aprendizagem ativa e desenvolvendo as competências cognitivas e socioemocionais dos estudantes, a partir da sua participação reflexiva.

Portanto, uma alternativa que pode colaborar para isso é a utilização de Metodologias Ativas (MAs), pois, elas que dão ênfase ao protagonismo do aluno tornando-o um ser participativo e reflexivo, através da combinação equilibrada entre atividades, desafios, e informações contextualizadas com as situações atuais (Moran, 2015). Vale salientar, que os alicerces que fundamentam as MA surgiram a partir da concepção da Escola Nova (Dewey, 1859–1952) mas tem se reestruturado fortemente a partir das mudanças sociais que ocorreram desde a década de XX (Rech, 2016; Camargo, Daros, 2018).

Segundo Moran (2018, p. 4) as Metodologias Ativas são “diretrizes que orientam os processos de ensino e de aprendizagem, que se concretizam em estratégias, abordagens e técnicas concretas.”. Outrossim, essas metodologias constituem em práticas colaborativas ou cooperativas nas quais o aluno é o protagonista central e os professores mediadores ou facilitadores do processo (Lovato, *et al.*, 2018). Em contextos em que as MA estão presentes, elas têm a capacidade de despertar o interesse e a curiosidade dos estudantes à medida que estão em contato com elementos novos, ainda não considerados nas aulas anteriores, ou na própria prática pedagógica (Berbel, 2011).

Além disso, Mattar (2018) define as Metodologias Ativas como metodologias que:

convidam o aluno a abandonar sua posição receptiva e a participar do processo de aprendizagem por novas e diferentes perspectivas, como decisor, criador, jogador, professor, ator, pesquisador e assim por diante; de alguma maneira, ele deixa de ser aluno. (Mattar, 2018, p. 22).

Uma vez que é fundamental que o sistema educacional acompanhe as transformações da sociedade, faz-se necessário uma mudança na relação entre professor e estudante. Como Freire (2011) afirma, a autonomia do estudante é um fator fundamental

no processo de aprendizagem, pois, é a partir dela que ele compreenderá significados essenciais na aquisição do conhecimento. Em outras palavras, a aprendizagem ocorre de fato quando o estudante se torna capaz de expressar o que aprendeu com suas próprias palavras, além disso, consegue aplicá-lo nas situações vivenciadas diariamente (Moysés, 1994), tornando-o assim um ser reflexivo.

Assim, as Metodologias Ativas se ancoram em uma visão mais humanista, menos tecnicista da educação, e são inspiradas por teóricos cujas teses foram erguidas em contraposição a modelos tradicionais vigentes. (Filatro, Cavalcante, 2022). Isto é, o movimento reflexivo vai ao encontro do modelo tradicional de ensino, que Freire (2011) associou, por analogia, a um modelo bancário, onde o professor, detentor do conhecimento, deposita as informações nos alunos e estes devem apenas memorizar os conteúdos passados pelo educador, ou seja, são “enchidos” de conhecimento. Dessa forma, a educação torna-se apenas um ato de transferir e receber o saber.

Com base nesse cenário, Diesel, Baldez e Martins (2017) acreditam que

Um dos caminhos viáveis para intervir nessa realidade reside em oportunizar aos professores e professoras refletirem na e sobre a sua prática pedagógica, a fim de que possam construir um diálogo entre suas ações e palavras, bem como outras formas de mediação pedagógica. Ademais, acredita-se que toda e qualquer ação proposta com a intenção de ensinar deve ser pensada na perspectiva daqueles que dela participam, que geralmente, deverão apreciá-la. Desse modo, o planejamento e a organização de situações de aprendizagem deverão ser focados nas atividades dos estudantes, posto que é a aprendizagem destes, o objetivo principal da ação educativa. (Diesel, Baldez, Martins; 2017, p.270)

O método ativo é um processo que estimula a reflexão tanto da prática pedagógica, quanto da postura dos estudantes. Alguns teóricos, como Paulo Freire, John Dewey, Lev Vygotsky, David Ausubel, defendem a (re)significação dos processos de ensino e de aprendizagem, em que se faz uso das Metodologias Ativas. No quadro 3 apresentamos os subsídios de cada um dos teóricos para a utilização das Metodologias Ativas.

Quadro 3: Teóricos e seus subsídios para as Metodologias Ativas

Teóricos	Subsídios
Paulo Freire	Para ele, um dos grandes problemas da educação está no fato dos alunos serem estimulados a serem autônomos; ressalta a importância do professor favorecer as discussões em sala de aula, para que os estudantes consigam formular suas próprias opiniões, refletir sobre elas e tomar decisões posteriormente.
David Ausubel	Propôs, a teoria da Aprendizagem Significativa, em que o docente precisa levar em conta o conhecimento prévio do estudante, a potencialidade do material e a disposição do aprendiz em aprender.

John Dewey	Para ele não deve existir separação entre os âmbitos educacionais e o cotidiano, ou seja, os estudantes devem viver situações na escola em que consigam observar aspectos ligados à vida deles. Para ele, “A educação torna-se, desse modo, uma ‘contínua reconstrução de experiência’”
Lev Vygotsky	Com a Zona de desenvolvimento proximal aliada a teoria histórica cultural, ele destaca que a interação social entre os indivíduos é um fator essencial para o desenvolvimento cognitivo, uma vez que quando os estudantes estão nesse momento, são suscetíveis a novas aprendizagens a partir da solução de problemas por meio da cooperação de pares.

Fonte: Adaptado de Diesel, Baldez e Martins (2017).

Diesel *et al.* (2017) enfatizam que a utilização de Metodologia Ativa nos âmbitos educacionais não é algo recente, uma vez que se trata de uma abordagem com alicerces fundamentados em teóricos consagrados. Além disso, destacam que, “assim como ocorre com as teorias, a escolha por uma metodologia por si só não seria a solução, posto que não seja garantia de eficácia, não transforma o mundo ou mesmo a educação” (Diesel; Baldez; Martins, 2017).

Nessa perspectiva, concordando com os pressupostos que Moran (2017) traz, acreditamos que a educação precisa ser mais “flexível, híbrida, digital, ativa, diversificada”, pois, “os processos de aprendizagem são múltiplos, contínuos, híbridos, formais e informais” (Moran, 2017, p. 1).

Atualmente, temos presenciados em sala de aula muitos estudantes desmotivados para aprender, isto pode ser decorrente do fato de que a maioria deles acha desinteressante ou sem utilidade o que se aprende na escola. De acordo com Bacich, Tanzi Neto e Trevisani

Crianças e jovens estão cada vez mais conectados às tecnologias digitais, configurando-se como uma geração que estabelece novas relações com o conhecimento e que, portanto, requer que transformações aconteçam na escola (Bacich, Tanzi Neto e Trevisani, 2015, p. 47).

Sendo assim, com o advento da tecnologia, já se podia prever que os contextos educacionais iriam precisar de uma mudança para se adequar às demandas da sociedade, uma vez que, “ao longo da história, as sociedades humanas tiveram momentos de rupturas com modelos pedagógicos anteriores que não mais possibilitaram a evolução social” (Witt, Rostirola, 2019, p.1013), proporcionando assim o surgimento de novas teorias de aprendizagem.

Convergindo para isso, Paiva (2003) comenta que,

a forma como o movimento da sociedade se reflete na educação pode ser observada mais claramente sempre que se inicia um período de transformações e o sistema educacional existente (ou em formação) já não atende às novas necessidades criadas, necessitando ou de ampliação urgente ou de movimentos paralelos que preencham as lacunas deixadas pela organização do ensino vigente (Paiva, 2003, p.29).

Mattar (2018) descreve em sua pesquisa três gerações de pedagogias e suas características em relação à utilização das tecnologias, são elas: Cognitivo-Behaviorista, Socioconstrutivista e Conectivista. O quadro 4 resume as principais características de cada uma delas.

Quadro 4: Características das gerações da pedagogia

Geração de pedagogia	Tecnologia	Aprendizagem	Papel do professor	Papel do aluno
cognitivo-behaviorista	Tv, rádio, mídias de massa, comunicação um-para-um	Adquirida lendo os materiais didáticos, mas também, assistindo programas educacionais. Todo processo está resumido em elevar a figura do professor como dono do saber, desconsiderando as individualidades dos estudantes.	Dono do saber; Criador do conteúdo	Ler e assistir
socioconstrutivista	Conferências através de áudio, vídeo; comunicação bidirecional muitos-para-muitos; aparelhos móveis	Adquirindo semelhantemente a geração anterior, contudo, ocorre a mudança no papel do professor, que agora auxilia o estudante a discutir e posteriormente, e construir suas próprias reflexões a partir de contextos de interação social.	Líder e organizador das discussões.	Construir
conectivista	Redes sociais, Web	Se dá através da exploração das tecnologias a partir das trocas interativas. Em que ocorre a construção e manutenção de conexões em rede para posteriormente seja aplicado o conhecimento, quando for necessário.	Mentor crítico e auxiliador do processo.	Explorar – Refletir – Aplicar

Fonte: Adaptado de Mattar (2018)

Ademais, deve-se considerar que indivíduos nascidos numa sociedade pós-moderna, sendo chamados de *nativos digitais* (Marc Prensky, 2001), precisam de estratégias pedagógicas diversificadas, que vão além das três teorias de aprendizagem mais utilizadas – behaviorismo, cognitivismo e construtivismo – uma vez que elas foram propostas antes do surgimento das tecnologias. (Silva, 2014).

Freire (2021, p.46) assegura que: “ensinar exige compreender que a educação é uma forma de intervenção do mundo”. Portanto, o ensino em uma sociedade pós-moderna deve, primeiramente, levar em consideração a inserção das TDIC no contexto educacional, e consequentemente proporcionar ao estudante suporte para que consiga intervir em sua realidade, transformando-a e transformando-se (Witt, Rostirola, 2019).

Na perspectiva de Alves (2023), através da informatização, a educação possibilitou o avanço na implementação de estratégias ativas de ensino. Nesse sentido, Valente (1999, p.156), afirma que a utilização do computador nos contextos educacionais nos permite concluir dois resultados importantes. Primeiro, que o computador pode tanto passar informação ao aprendiz quanto auxiliar o processo de construção do conhecimento e de compreensão do que fazemos. Em segundo, transformar ambientes em laboratórios de conhecimentos e curiosidades em benefícios de um aprender significativo.

Nessa perspectiva, e levando em consideração a sociedade atual, Siemens (2004) comenta que as tendências em aprendizagem agora são outras, portanto, as Metodologias Ativas em um mundo digital marcado pela forte influência das TDIC, precisam ser inovadoras. Nessa perspectiva, Moran (2017) afirma que as MA numa sociedade tecnológica se expressam por meio de modelos de ensino híbridos. (Bacich; Moran, 2018).

Os autores afirmam que a combinação das MA com as TDIC é de fato uma estratégia positiva para inovação pedagógica na sociedade pós-moderna. Uma vez que, como asseguram Horn e Staker, os estudantes que são impactados por esses modelos de ensino conseguem desenvolver

um sentido de atuação e propriedade por seu progresso e, subsequentemente, a capacidade de conduzir sua aprendizagem. Isso se traduz na capacidade de se tornar um eterno aprendiz, necessária no mundo em rápida mudança em que vivemos, no qual conhecimento e habilidades tornam-se obsoletos rapidamente. (Horn; Staker; 2015, p.24)

Masetto (2010) define a importância das TDIC para o desenvolvimento da educação presencial, uma vez que elas podem ser utilizadas para tornar as aulas mais dinâmicas e desenvolver a construção do conhecimento dos alunos.

De fato, as recentes propostas pedagógicas inovadoras usam recursos, metodologias e tecnologias digitais de forma cada vez mais significativa e explícita, fortalecendo o *blended* (Moran, 2017).

Entende-se que,

O que a tecnologia traz hoje é integração de todos os espaços e tempos. O ensinar e aprender acontece numa interligação simbiótica, profunda, constante entre o que chamamos mundo físico e mundo digital. Não são dois mundos ou espaços, mas um espaço estendido, uma sala de aula ampliada, que se mescla, hibridiza constantemente. [...] O professor precisa seguir comunicando-se face a face com os alunos, mas também digitalmente, com as tecnologias móveis, equilibrando a interação com todos e com cada um. (Moran, 2015, p. 2)

De acordo com Caetano e Nascimento (2018), as discussões hoje não estão mais concentradas na presença ou ausência das TDIC na escola, mas, nos possíveis caminhos para que elas sejam inseridas de maneira significativa. Para os autores, “urge identificar os melhores projetos, os melhores recursos tecnológicos, as melhores lideranças, as melhores metodologias e os melhores recursos humanos para a sua integração” (Caetano; Nascimento, 2018, p. 23).

Moran (2015) afirma que,

As instituições educacionais atentas às mudanças escolhem fundamentalmente dois caminhos, um mais suave – alterações progressivas – e outro mais amplo, com mudanças profundas. No caminho mais suave, elas mantêm o modelo curricular predominante – disciplinar –, mas priorizam o envolvimento maior do aluno, com metodologias ativas, como o ensino por projetos de forma mais interdisciplinar, o ensino híbrido ou *blended* e a sala de aula invertida. Outras instituições propõem modelos mais inovadores, sem disciplinas, que redesenham o projeto, os espaços físicos e as metodologias com base em atividades, desafios, problemas e jogos, e em que cada aluno aprende no seu próprio ritmo e de acordo com sua necessidade, além de aprender também com os outros estudantes em grupos e projetos, sob supervisão de professores orientadores (Moran, 2015, p.42).

É a partir dessa circunstância que ocorre o aprofundamento nos estudos referentes ao modelo *Blended* – modelo híbrido de ensino – ou simplesmente Ensino Híbrido no contexto escolar. (Horn;Staker, 2015; Bacich; Moran, 2015; Bacich, Tanzi Neto; Trevisani, 2015). Um modelo que mescla a forma tradicional de ensino com o on-line a

partir do uso das tecnologias digitais em sala de aula, ou seja, é o modelo que insere as TDIC no contexto do ensino presencial e do online.

2.2 ENSINO HÍBRIDO

O modelo de Ensino Híbrido (EH) – ou *Blended Learning* – vem do âmago do ensino *on-line*, definido como sendo um modelo que combina o ensino presencial com o virtual. Segundo Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015) o ensino híbrido trata-se de uma metodologia que mistura os dois modos de ensino, presencial e online. O estudante inserido dentro dessa abordagem, em um momento, aprende de forma *on-line*, controlando seu próprio tempo e ritmo de estudo, aproveitando as principais potencialidades que podem emergir dentro dessa perspectiva. Já no momento presencial, ele estuda em grupo, valorizando assim o aprendizado coletivo no desenvolvimento do conceito.

Portanto, o EH é uma abordagem decorrente da união do ensino presencial com o online, integrando as tecnologias no âmbito educacional. Contudo, Tori (2010) afirma que se deve concatenar o que há de melhor nas duas perspectivas – presencial e *on-line* – de modo que o ensino híbrido tenha efeito positivo. Uma vez que, como Garrison e Vaughan (2008, p.148) afirmam, a educação híbrida é “a integração orgânica de abordagens presenciais e online cuidadosamente selecionadas e complementares”. E como afirmam Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015), no ensino híbrido, nenhum dos modelos de ensino deve sobrepor-se ao outro, mas complementar. O ideal no ensino híbrido é alcançar uma prática pedagógica diferenciada, baseada na tutoria e não mais na prática simplista da transmissão de conteúdos (Souza; Chagas; Anjos, 2019).

Segundo Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015) argumentam que para que a abordagem híbrida seja aplicada como facilitadora do processo de aprendizagem, é necessário reorganizar alguns aspectos essenciais. Os autores comparam esses aspectos como peças de uma engrenagem que se articulam com o objetivo de evidenciar como funciona a abordagem híbrida na realidade das salas de aula do Brasil. Para os autores, os aspectos mais relevantes são:

o papel do professor, a valorização e construção da autonomia do aluno, a organização do espaço escolar para facilitar ações de personalização e para o uso integrado das tecnologias digitais, a reflexão sobre qual a melhor forma de avaliação e o envolvimento da gestão para propiciar uma mudança gradativa

na cultura escolar foram alguns dos temas propostos nessa implementação. (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2015, p.36)

Figura 2: Aspectos relevantes da abordagem híbrida



Fonte: Adaptado de Bacich; Tanzi Neto e Trevisani (2015)

Outrossim, Horn e Staker definem o ensino híbrido como, “um programa de educação formal no qual um estudante aprende, pelo menos em parte, por meio de aprendizagem on-line, sobre o qual tem algum controle” (Horn; Staker, 2015, p. 44). Nesse sentido, por meio das técnicas que integram a tecnologia digital na sala de aula, os estudantes se tornam pilares centrais do processo de aprendizado, harmonizando o melhor da realidade e do virtual na sala de aula. (Christensen, Horn, Staker, 2013).

Assim, uma das relevâncias do hibridismo é o favorecimento da autonomia dos estudantes. Uma vez que estes conseguem ter controle do seu próprio tempo e das suas escolhas durante os processos de ensino e de aprendizagem. Dessa forma, Berbel (2011) complementa em sua pesquisa que favorecer a autonomia dos estudantes é algo que traz consequência para além do contexto escolar, pois influencia diretamente nas decisões futuras que estes posteriormente precisam tomar. O autor afirma:

O engajamento do aluno em relação a novas aprendizagens, pela compreensão, pela escolha e pelo interesse, é condição essencial para ampliar suas possibilidades de exercer a liberdade e a autonomia na tomada de decisões em diferentes momentos do processo que vivencia, preparando-se para o exercício profissional futuro. (Berbel, 2011, p. 29).

Portanto, proporcionar a autonomia ao estudante significa oferecer-lhe a liberdade de refletir e agir individualmente, e para isso, as metodologias utilizadas em sala de aula devem proporcionar um ambiente favorecido para oportunizar essa autonomia. Ou seja,

criar situações para torná-lo participativo, priorizando sua relação individual frente a sua aprendizagem, mas também a colaboração entre os pares, em que os estudantes tomam suas decisões coletivamente. (Guimarães, 2019)

Contudo, Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015) destacam que

Estudantes da mesma idade não têm as mesmas necessidades, possuem relações diferentes com professores e/ou tecnologias digitais e nem sempre aprendem do mesmo jeito e ao mesmo tempo. Nem sempre é necessário que toda a turma caminhe no mesmo ritmo. (Bacich; Tanzi Neto; Trevisani, 2015, p.72)

Nesse sentido, uma das características essenciais do EH também é promover o ensino personalizado, que, segundo Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015), personalizar é trazer o aluno para o centro do processo e considerar o perfil individual. Nesse sentido, Horn e Staker (2015) trabalham o conceito de personalização comparando-o às definições de individualização e diferenciação. Para os autores, o ensino é dito como personalizado quando anda em paralelo com as necessidades de aprendizagem do aluno, considerando seus interesses específicos.

Vale destacar que o principal espaço para personalizar o ensino, é de fato a sala de aula. Nessa perspectiva, Moran (2018) destaca a personalização tanto na visão do aluno, quanto na visão do professor. Para o autor, do ponto de vista do aluno, ela está ligada ao sentido que o conteúdo tem para ele. Ou seja, no processo de ensino e aprendizagem, o aluno está interessado em obter respostas para aquilo que deseja.

Já do ponto de vista do professor, a personalização está ligada à capacidade de desenvolver as habilidades dos alunos, proporcionando o engajamento e consequentemente a motivação que eles vão ter a partir disso. Ou seja, o professor promoverá um processo de aprendizagem mais significativa, uma vez que, “coletará, analisará e atuará sobre dados dos alunos, fazendo com que aprendam mais e melhor, pois consegue agir sobre as dúvidas e dar a cada um o que precisa para evoluir no processo” (Trevisani; Corrêa, 2020, p. 52).

Isto é, o processo de personalização deve estar alinhado à autonomia dos alunos, e em conformidade com docentes capacitados que tenham acesso à tecnologia. Thorne (2013) explana que a personalização é um dos potenciais da educação híbrida, uma vez que reflete um processo que evolui das formas tradicionais para um ensino singularizado.

Diante de um cenário pautado nos pressupostos do Ensino Híbrido, Moran (2015) descreve que a aprendizagem na perspectiva híbrida se desenvolve equilibradamente em

três momentos: a construção individual, a construção grupal e tutorial. No quadro 5 sintetizamos esses momentos.

Quadro 5: Aprendizagem no contexto híbrido

Momentos	Como ocorre
Construção individual	Cada aluno escolhe e percorre seu próprio caminho escolhendo as técnicas e a forma de aprender
Grupal	Os alunos ampliam sua aprendizagem por diferentes formas de interação, compartilhando saberes e atividades com os outros alunos da turma.
Tutorial	Os alunos aprendem com a orientação de pessoas mais experientes em diferentes campos e atividades.

Fonte: Adaptador de Moran (2015)

Moran (2015;2017) salienta que nesse cenário o papel do professor é de um *orientador* e/ou *curador*. Pois, é ele quem tem a responsabilidade de escolher os materiais, as técnicas e atividades mais relevantes para fazer os alunos alcançarem as habilidades desejadas.

Neste sentido, Cardoso (2020) afirma que é

conveniente que o professor realize um trabalho de curadoria para selecionar as melhores ferramentas e aplicativos, de acordo com seu conhecimento, sua necessidade e o perfil de seus alunos, além de buscar a qualificação voltada especificamente para sua área de atuação, usando os recursos disponíveis em prol de sua prática pedagógica e focando sempre em seu compromisso com o aluno e a sociedade. (Cardoso, 2020,p.30)

Nos três momentos citados no quadro 5 apresentado anteriormente o papel desse *orientador* é de suma importância, contudo, na etapa em grupo ele precisa atuar como um supervisor, organizando as iniciativas concretas dos grupos, auxiliando assim na reflexão dos pares. E, evidentemente no momento tutorial, em que o professor com conhecimentos mais experientes constrói o conhecimento dos estudantes. (Moran, 2015)

Sabemos que a utilização das tecnologias digitais no cenário escolar proporciona para os estudantes e professores, diferentes possibilidades para trabalhos educacionais ricos em significado. Todavia, Mattar (2017) destaca que o ensino híbrido não pode ser reduzido apenas ao uso de tecnologia em sala de aula, uma vez que inclui também uma mudança pedagógica na qual o estudante consegue ter o controle sobre seu processo de aprendizagem.

Horn e Staker (2015) salientam que

O equívoco mais comum relacionado ao ensino híbrido é confundi-lo com ensino enriquecido por tecnologia. Muitas escolas estão implementando programas individuais nos quais cada estudante tem acesso a um computador pessoal. Contudo, a infusão de tecnologia nos ambientes escolares não é necessariamente sinônimo de ensino híbrido. (Horn; Staker, 2015, p. 40).

Diante disso, Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015) explicam ser possível fazer a comparação entre o ensino enriquecido por tecnologias digitais e o Ensino híbrido, em que é a integração do ensino presencial com o uso das tecnologias digitais. Uma vez que no primeiro contexto, os autores destacam que apenas o uso da lousa digital ou *tablets*, por exemplo, não implica no alcance dos pressupostos esperados da metodologia de Ensino híbrido, todavia, poderia ser considerada uma alteração na forma de aprender/ensinar utilizando o artefato tecnológico de forma mecanizada.

Por esse motivo, no Ensino Híbrido é imprescindível que o professor não apenas manipule o artefato tecnológico, mas atue como mediador do processo, promovendo, através do uso de recursos e técnicas devidamente planejadas, situações em que o estudante possa adquirir as habilidades esperadas.

Moran (2015) enfatiza um caminho de convergência para atingir essa integração de maneira mais significativa e destaca que:

É possível conciliar quantidade e qualidade, focando em flexibilidade e metodologias ativas. As instituições utilizarão o *blended* como modelo predominante de educação, que unirá o presencial e o EAD. Os cursos presenciais se tornarão semipresenciais (híbridos), principalmente na fase mais adulta da formação, como a universitária. Os a distância parte do modelo mais semipresencial ou híbrido e se fortalecem no online. O caminho é o da convergência em todos os campos e áreas: prédios, plataformas digitais, produção digital de materiais integrada e principalmente currículo flexível e modelos pedagógicos centrados em problemas, projetos e desafios. (Moran, 2015, p. 16).

Além disso, o autor afirma que a essência da metodologia de Ensino Híbrido é alinhar o planejamento da aula ao uso intencional da ferramenta tecnológica. Fundamentando isso, Moran afirma que “o ensino é híbrido, também, porque não se reduz ao que planejamos institucionalmente e intencionalmente” (Moran, 2015, p. 28).

Diante disso, Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015) abordam alguns aspectos ligados à relação híbrida, são elas, professor-tecnologia, estudante-tecnologia e professor-estudante. A figura 3 esclarece cada uma dessas relações.

Figura 3: Relações dentro do contexto híbrido

Fonte: Adaptado de Bacich; Tanzi Neto e Trevisani (2015)

Partindo desse entendimento, o Ensino híbrido permite uma relação professor-estudante(s)-tecnologia, que valorize o protagonismo e autonomia dos estudantes, desenvolvendo assim um ensino personalizado. Em que o estudante atue com autonomia, desenvolvendo seu processo de aprendizagem, escolhendo os caminhos que precisam ser percorridos, alicerçados no conhecimento que adquiriu durante o processo.

Diante disso, segundo Diesel *et al.* (2017, p.275) o professor contribui para promover a autonomia dos estudantes, quando:

Nutre os recursos motivacionais internos (interesses pessoais); oferece explicações racionais para o estudo de determinado conteúdo ou para a realização de determinada atividade; usa de linguagem informacional, não controladora; é paciente com o ritmo de aprendizagem dos alunos; reconhece e aceita as expressões de sentimentos negativos dos alunos. (Diesel *et al.*, 2017, p.275)

É fato que muitas pesquisas vêm sendo desenvolvidas com o objetivo de trazer inovação para os modelos tradicionais de ensino (Duarte, 2018; Guimarães, 2019; Rocha, 2020; Nascimento, 2020; Cardoso, 2020; Cordeiro, 2021; Corrêa, 2022). À vista disso, o ensino híbrido está emergindo dentro de vários contextos educacionais por meio de duas tendências, que Christensen, Horn e Staker (2013) classificaram como sendo, uma sustentável e a outra mais disruptiva.

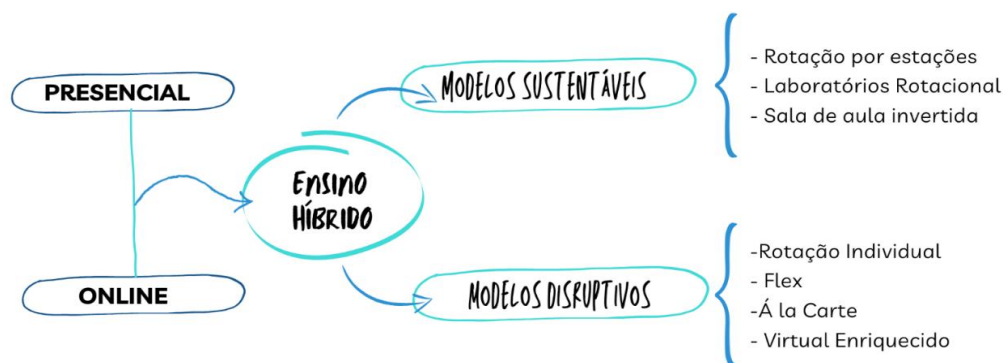
Na tendência sustentável estão os modelos que conseguem alinhar o método tradicional de ensino com o online. De acordo com Christensen; Horn e Staker (2012, p. 26), no modelo sustentado, "[...] o objetivo competitivo dessas inovações é de sustentar a trajetória de melhoria no mercado estabelecido [...]". Já na outra tendência, destacam-se os modelos que rompem de fato com as salas de aula tradicionais.

Contudo, Horn e Staker (2012) salientam que não se deve classificar os modelos em bom ou ruim, pois, o sucesso deles dependerá da forma como foi aplicado. Os autores concluem que,

Um engano comum é o de que as inovações sustentadas são ruins e as inovações disruptivas são boas. Isso não é verdade. As inovações sustentadas são vitais para um setor saudável e robusto, na medida em que as organizações se esforçam para fazer melhores produtos e oferecer melhores serviços para seus melhores clientes. As forças que impulsionam organizações bem administradas para o topo do mercado estão sempre atuando e são uma parte crucial de qualquer organização bem-sucedida. (Horn, Staker, 2012, p.67)

Na figura 4 podemos verificar quais são esses modelos:

Figura 4: Modelos de Ensino Híbrido segundo Horn e Staker



Fonte: Adaptado de Horn e Staker (2015)

Horn e Staker (2015) descrevem cada um desses modelos:

- **Rotação** – é aquele no qual, os estudantes alternam entre modalidades de ensino, em um roteiro fixo ou a critério do professor, sendo que pelo menos uma modalidade é a do ensino online. O modelo de Rotação tem quatro sub-modelos: *Rotação por Estações*, *Laboratório Rotacional*, *Sala de Aula Invertida*, e *Rotação Individual*.

- *Rotação por Estações* – ou como alguns chamam Rotação em classe – é definido como sendo um modelo em que a construção da aprendizagem acontece por meio de uma reorganização da sala de aula, em que fica dividida em diferentes estações de trabalho na qual, os estudantes rotacionam entre elas;
- *Laboratório Rotacional* – é semelhante a Rotação por Estações, mas o movimento de rotação dos estudantes acontece entre a sala de aula e um laboratório de informática. Os estudantes são divididos em dois grupos, em que um deles ficam com o professor em sala de aula e o outro de forma individual ou com supervisão de algum profissional, fica no laboratório de informática, utilizando recursos tecnológicos *on-line* aprofundando os estudos para alcançar os objetivos fixados pelo professor. se deslocam de acordo com o planejamento do professor;
- *Sala de Aula Invertida* – é um modelo em que o modelo de sala de aula tradicionalmente conhecido é invertido. Neste modelo os estudantes têm lições para serem realizadas de maneira *on-line* de forma independente, e o professor passa a desempenhar um papel de fornecer assistência para os estudantes.
- *Rotação Individual* – este modelo difere dos outros porque, sua principal característica é fazer com que cada estudante tenha seu próprio roteiro de aprendizagem individualizado, em essência, e, não necessariamente, precisa participar de todas as estações para alcançar o objetivo.
- ***Flex*** – é aquele no qual o ensino online é a “espinha dorsal” do aprendizado do estudante. O professor está fisicamente disponível, para oferecer suporte no manuseio de algum programa, ou até mesmo para enriquecer a aprendizagem, neste modelo os estudantes avançam de acordo com suas necessidades individuais. Bacich et al (2015) salienta que apesar de ser considerado uma possibilidade metodológica, é tido como disruptivo e propõe uma organização de escolas que não é comum no Brasil.

- **A La Carte** – Bacich et al (2015) destaca que nesse modelo, o estudante é responsável pela organização dos seus próprios estudos, de acordo com as habilidades que pretende adquirir. Neste modelo, os estudantes cursam uma disciplina totalmente online, com o professor responsável também online e, ao mesmo tempo, continuam a ter experiências educacionais em escolas tradicionais.
- **Virtual Enriquecido** – é um modelo de escola integral na qual, a construção de cada disciplina é feita para que os estudantes dividem seu tempo entre uma sala de aula física e o aprendizado online.

Nesta pesquisa, apresenta-se uma descrição do modelo rotacional, destacando-se especial atenção à modalidade Rotação por Estações, uma vez que acreditamos na possibilidade de desenvolver um ambiente de aprendizagem em Cenários para Investigação (Skovsmose, 2000) em vista da intenção posta no objetivo desta pesquisa.

2.2.1 Rotação por Estações

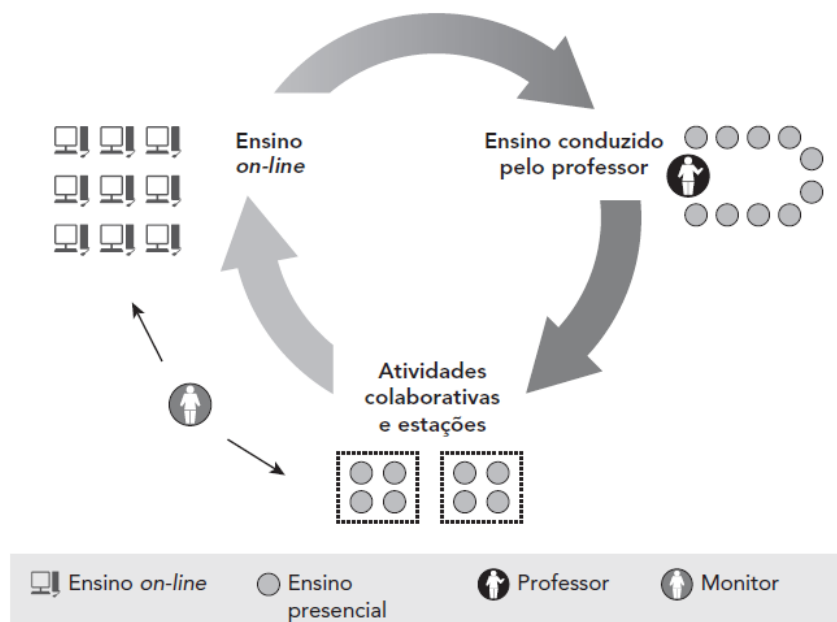
O modelo de Rotação por Estações é definido como sendo um modelo em que a construção da aprendizagem acontece por meio de uma reorganização da sala de aula, em que fica dividida em diferentes estações de trabalho (Horn; Staker, 2015). E como Souza e Andrade (2016) pontuam, este modelo permite à possibilidade de o professor atuar nos pequenos grupos; à possibilidade de feedback individual; à aprendizagem colaborativa e à oportunidade de acesso a recursos tecnológicos, tanto para alunos, quanto para professores.

Quanto à organização das estações de aprendizagem, é válido destacar que na maioria das situações a rotação entre elas ocorre dentro de apenas uma sala de aula ou de um conjunto de salas.

Para aplicar este modelo, o professor deve organizar a sala com pontos fixos (estações), em que pelo menos um desses pontos deverá incluir um recurso online, e os outros podem conter atividades devidamente instruídas para o estudante realizar individualmente ou em pequenos grupos. Durante o momento da rotação, os estudantes fazem um rodízio nas estações, no tempo e na ordem que será estabelecida pelo professor em seu planejamento. Vale salientar que todos os estudantes devem percorrer todas as estações de aprendizagem. (Horn; Staker, 2015).

A figura 5 apresenta o modelo de rotação sugerido por Horn e Staker (2012), na qual nos permite visualizar como os autores expõem o modelo rotacional.

Figura 5: Modelo de Rotação por Estações



Fonte: Horn e Staker (2012)

Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015) destacam neste modelo (Figura 5), é importante valorizar tanto a individualidade do ser, quanto o aspecto colaborativo. Silva e Sanada (2018) concordam com os autores, uma vez que compreendem que as atividades desenvolvidas entre os pares permitem a interação entre alunos-alunos, professores-alunos, troca de experiências e percursos de aprendizagem.

Para Bonals (2003) o trabalho em grupo favorece um clima descontraído e agradável na sala de aula, uma vez que os alunos costumam sentir-se muito bem em uma dinâmica de trabalho em pequenos grupos. Contudo, Cohen e Lotan (2017) pontuam que dentro desse contexto é preciso que o professor seja cuidadoso em explicar para os alunos o motivo da aprendizagem ser em grupo, para que eles compreendam de fato o objetivo da aplicação deste modelo.

Cohen e Lotan (2017, n./p.) definem que as atividades em grupo podem ser consideradas aquelas em que “alunos trabalham juntos em grupos pequenos de modo que todos possam participar de uma atividade com tarefas claramente atribuídas”. Além disso, as autoras defendem que o trabalho entre os pares, oportuniza além de uma aprendizagem ativa, o desenvolvimento da participação e reflexão dos indivíduos enquanto membros de

uma sociedade em que precisam tomar suas próprias decisões, exercendo controle de suas ações. E isto precisa ser feito de forma reflexiva e consciente.

Horn e Staker (2015) salientam, que alguns fatores primordiais, além do trabalho em grupo, devem ser levados considerados no momento de planejamento e de implementação do modelo de ensino híbrido. Os autores destacam quatro pontos relevantes que devem ser priorizados pelo professor, são eles: a quantidade de estações de trabalho, o tempo de cada estação, os recursos tecnológicos utilizados e como será realizada a avaliação.

Neste modelo de ensino híbrido, a quantidade de estações de trabalho está diretamente ligada com a quantidade de estudantes por turma. Como Bacich *et al.* (2015) e Horn *et al.* (2015) enfatizam, a quantidade de alunos e das estações podem influenciar positiva ou negativamente a aula. Andrade e Souza (2016) concordando com os autores supracitados, afirmam que, caso a turma tenha muitos alunos, é aconselhável um número maior de estações, do contrário, a quantidade pode ser menor. Desse modo, é necessário que o professor faça uma análise reflexiva entre o tamanho da turma e o tempo que será gasto durante a rotação nas estações.

Andrade e Souza (2016) também reforçam que a importância de definir o tempo que será gasto nas estações, está ligada diretamente à importância de o aluno cumprir o objetivo previamente delineado pelo professor. Ou seja, o professor delimita o tempo que será disponibilizado, de acordo com o propósito da aprendizagem.

Quanto a avaliação, nesse modelo tem a finalidade de diagnosticar e analisar o desempenho individual, e da turma, daquilo que foi demonstrado em cada uma das estações. Para tanto, o(s) objetivo(s) de cada estação deve(m) estar alinhado(s) com o(s) resultado(s) de aprendizagem que o professor deseja alcançar e com a(s) atividade(s) proposta(s) na estação. Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015) entendem que a avaliação deve ser realizada apenas para apontar uma possível necessidade de revisar ou avançar em determinado conteúdo.

Souza e Andrade (2016) salientam também a importância da presença de outros profissionais capacitados para auxiliar o professor em uma ou mais estações, uma vez que isto pode permitir que esse professor ajude aqueles eventuais alunos que precisam de um pouco mais de atenção para desenvolver as habilidades esperadas durante o processo de aprendizagem.

Como é aconselhável que uma das estações contenha um artefato tecnológico, Horn e Staker (2015) pontuam a importância desse recurso ser adequado tanto para a

realidade física do contexto educacional, quanto para a capacidade cognitiva dos alunos envolvidos. Costa, Silva e Oliveira (2017) enfatizam que apenas a incorporação de recursos tecnológicos por parte das instituições educacionais carece de eficácia se não for acompanhada de uma utilização deliberada e estratégica, visando otimizar as capacidades das ferramentas digitais para facilitar a aprendizagem.

Nessa perspectiva, considerando a utilização da tecnologia nas estações de aprendizagem, Bacich *et al.* (2015, p. 226) organizaram sete princípios, listados a seguir, que tem a finalidade de orientar os docentes a observarem as boas práticas que as ferramentas tecnológicas proporcionam em sala de aula. São elas, “encorajam os contatos entre alunos e professores; desenvolvem a reciprocidade e a cooperação entre os alunos; utilizam técnicas ativas de aprendizado; permitem feedbacks frequentes; enfatizam o tempo nas tarefas; comunicam altas expectativas, que são importantes para o crescimento de todos; respeitam os diversos talentos e formas de aprendizagem.”

Além de refletir sobre a(s) ferramenta(s) digitais que vai/vão ser aplicada (s) durante a sequência didática, é necessário que o docente esteja ciente que no modelo de rotação por estações, é imprescindível que o espaço da sala de aula utilizado para organização das estações, funcione como um impulsionador para os processos de ensino e de aprendizagem do estudante.

Corroborando com isto, Bacich *et al.* (2015) afirmam que, nem sempre a solução para preparar o espaço será feita em um contexto amplo, em toda a escola. Mas, afirma que,

Basta que o professor repense o espaço da sala de aula como um dos espaços para a prática do ensino, complementar a outros espaços da escola, como o laboratório de informática, a biblioteca, o pátio, etc. A sala de aula também pode ser reconfigurada de acordo com as atividades propostas pelo professor. Para isso, é necessário que o docente faça um levantamento prévio do nível de aprendizado dos alunos e das ferramentas mais adequadas para que todos possam ter êxito na assimilação daquele conteúdo. Após essa etapa, o professor pode refletir sobre qual espaço é mais adequado para a prática daquela atividade específica ou como poderia reconfigurar o espaço da sala de aula. (Bacich; Tanzi Neto; Trevisani, 2015, p.153–154)

Em outras palavras, como afirma Zabalza (1998, p. 255): “[...] o núcleo básico de um modelo de funcionamento não está constituído pela sala de aula, nem pelas matérias, e sim pelas atividades”. Ou seja, uma vez que uma das propostas dos modelos de Ensino Híbrido é personalizar o ensino dando ênfase à realidade individual dos estudantes, é essencial entender que o aprendizado vai além das quatro paredes da sala de aula e da

institucionalização curricular. Ele pode ocorrer tanto nos espaços escolares, quanto fora dela.

Souza e Andrade (2016) após analisar algumas experiências em que o modelo de rotação por estações foi aplicado, concluíram que este tipo de trabalho traz diferentes benefícios como:

o aumento das oportunidades do professor de trabalhar com o ensino e aprendizado de grupos menores de estudantes; o aumento das oportunidades para que os professores forneçam feedbacks em tempo útil; oportunidade de os estudantes aprenderem tanto de forma individual quanto colaborativa; e, por fim, o acesso a diversos recursos tecnológicos que possam permitir, tanto para professores como para os alunos, novas formas de ensinar e aprender (Andrade; Souza, 2016, p.9)

Considerando que o modelo de rotação por estações pode ser uma estratégia facilitadora para melhorar os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. Guimarães (2019) aplicou a Rotação por Estações em sua pesquisa com o objetivo de investigar a utilização desse modelo para construção de conhecimentos do conteúdo de equações do 2º grau em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental. O planejamento da aula envolveu seis aulas, sendo a primeira aula realizada com 4 estações de aprendizagem e as outras cinco aulas com 3 estações. Ao final da pesquisa, ela conclui que:

O Ensino híbrido, na modalidade Rotação por Estações em Cenários para Investigação configura uma alternativa com alto potencial para a construção do conhecimento ativo e reflexivo dos estudantes, além de demonstrarem também, a forma como foram inferidas as relações de autonomia interdependente, proatividade em relação às tarefas, pensamento crítico, criatividade nas situações e articulação com a realidade. A pesquisa revelou ainda, que modalidade Rotação por Estações em Cenários para Investigação permite um leque de possibilidades para a inovação educativa, além de contribuir para aprimorar a prática pedagógica da professora/pesquisadora, que evidencia o planejamento das aulas como a base fundamental para que seu papel seja eficiente no processo educativo. (Guimarães, 2019, p.20)

Dessa forma, a implementação do Ensino Híbrido, por meio da rotação por estações, propõe uma metodologia que requer o apoio da gestão escolar, no que diz respeito a aspectos pedagógicos e de infraestrutura e às ações planejadas previamente pelo professor. Da mesma forma, requer a predisposição dos estudantes para aprender de maneira colaborativa e autônoma, sendo o centro da personalização dos processos de ensino e de aprendizagem (Vergara; Hinz; Lopes, 2018).

Para Santarosa *et al.* (1999), as ferramentas tecnológicas de comunicação utilizadas para apoiar aprendizagem colaborativa podem desencadear conflitos cognitivos

não por si mesmas, mas por permitir a interação e interferência de outros aprendizes que promoverão o crescimento cognitivo. (Maia; Filho, 2016).

Diante do exposto, percebemos que as TDIC aliadas a uma aprendizagem colaborativa, pode, de fato, favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes, uma vez que favorecem a aprendizagem crítica e reflexiva. Sendo assim, abordaremos no próximo tópico as principais ideias que permeiam a aprendizagem colaborativa em um ensino personalizado.

2.3 Ensino Personalizado

No intuito de tornar o estudante protagonista de sua aprendizagem, a introdução das tecnologias digitais no contexto educacional, especialmente no ensino híbrido, possibilita a personalização do processo de ensino e aprendizagem. Pois, os estudantes têm a flexibilidade de aprender em qualquer momento, lugar e ritmo. Além disso, podem adaptar o ritmo de aprendizagem de acordo com suas necessidades individuais: avançando se já dominarem o conteúdo, pausando para assimilar melhor ou retrocedendo para revisar conceitos que precisam de mais atenção. (Voltz et al., 2019).

O conceito de personalização na educação se tornou popular a partir do trabalho do pedagogo Vítor Garcia Hoz, particularmente evidenciado em sua obra "Tratado de Educación Personalizada" de 1990. Este tratado aborda reflexões profundas sobre a educação personalizada, destacando a importância do envolvimento da família na escola para a formação integral do indivíduo. Segundo Hoz (2018), a educação personalizada não deve ser vista apenas como um método de ensino, mas como uma concepção educativa mais ampla, que possui requisitos práticos específicos. O seu fundamento central é o conceito de pessoa, enfatizando a necessidade de considerar as características individuais e únicas de cada aluno no processo educacional. Na perspectiva de Hoz (2018),

“o significado da personalização não se encontra no fato de ser uma forma ou um novo método de ensino mais eficaz, mas em converter o trabalho do aprendiz em um elemento de formação pessoal através da escolha de trabalhos e da adaptação de responsabilidade por parte do próprio estudante.”
(Hoz, 2018, p.39)

Dessa forma, a personalização do ensino refere-se à adaptação do método e da abordagem de aprendizagem para atender às necessidades individuais de cada aluno, ao

mesmo tempo em que se valorizam as competências que podem ser desenvolvidas através desse processo adaptativo (Oliveira; Leite, 2021). Em suas pesquisas, Hoz (2018) apresenta princípios educativos que são fundamentais para a educação personalizada: Singularidade, Criatividade, Autonomia, Liberdade, Abertura e Comunicação. Estes princípios são brevemente descritos abaixo:

1. **Singularidade:** É a essência do sujeito. O entendimento da essência do sujeito na educação é crucial para promover um ambiente de aprendizado eficaz e inclusivo. Isso envolve não apenas reconhecer a separação real e numérica entre os indivíduos, ou seja, suas características distintas e únicas, mas também compreender a distinção qualitativa de quem são e como isso os diferencia uns dos outros. Na perspectiva de Hoz (2018, p.40) “Personalizar é o mesmo que se referir a uma pessoa. Aquele que personaliza destaca um sujeito de uma comunidade ou massa na qual os apelos ou referências se diluem, sem encontrar um ponto de apoio, num conjunto indiscriminado e confuso.” Na prática pedagógica, especialmente em ambientes heterogêneos como a sala de aula, é essencial que os professores considerem a diversidade de contextos, vivências, histórias e emoções dos alunos. Ao fazer isso, eles podem criar um espaço educativo que não apenas respeita a singularidade de cada sujeito, mas também promove aprendizagens significativas que abrangem as diversas formas de ser e de aprender dos estudantes (Hoz, 2018).
2. **Criatividade:** O desenvolvimento da originalidade e da capacidade criativa emerge como um princípio essencial no processo educativo. Ser original implica ser um criador, uma vez que originalidade e criatividade estão intrinsecamente ligadas. Para que a criatividade floresça, é crucial criar um ambiente desafiador. A sala de aula, por exemplo, pode e deve ser um espaço que inspire os estudantes a criar e inovar. Nesse contexto, o papel do professor é fundamental como um incentivador e desafiador, que encoraja os alunos a resolverem problemas de maneira criativa. Ao adotar essa abordagem, o ambiente escolar se transforma em um cenário propício para o desenvolvimento pleno das habilidades criativas dos estudantes (Hoz, 2018).

3. **Autonomia:** A autonomia é a habilidade do governo próprio, a capacidade de ser lei de si mesmo, de possuir e usar a liberdade de forma efetiva (Hoz, 2018, p.46). Na promoção da autonomia dos estudantes, é crucial reconhecer que eles devem trilhar seu próprio caminho, porém, quando surgem dúvidas ao longo desse processo, o professor pode desempenhar um papel essencial ao discutir suas escolhas e orientá-los. Este equilíbrio entre independência e apoio pedagógico permite que os alunos desenvolvam não apenas sua autonomia pessoal, mas também a capacidade de tomar decisões informadas e conscientes em seu percurso educativo e além dele (Hoz, 2018).
4. **Liberdade:** Pode ser descrita a partir de dois sentidos: 1) Refere-se ao sentimento de independência com relação aos obstáculos que podem limitar a ação, permitindo-se expressar com liberdade, sugerindo assim a ideia de superação de barreiras externas ou internas que possam restringir a capacidade de agir livremente. 2) Envolve a capacidade de autodeterminar nossas ações, possibilitando escolher, a cada momento, como agir e se expressar como liberdade para. Esse aspecto enfatiza a liberdade de escolha e a capacidade de tomar decisões conscientes e voluntárias em diversas situações (Hoz, 2018).
5. **Abertura e comunicação:** Toda comunicação requer capacidade expressiva e compreensão por parte do comunicante, destacando que a habilidade de se expressar de maneira clara e a capacidade de compreender as mensagens recebidas são fundamentais para uma comunicação eficaz. Isso pressupõe que tanto quem emite a mensagem quanto quem a recebe devem ter competências para transmitir e interpretar informações de forma adequada (Hoz, 2018).

Nesse sentido, a educação personalizada coloca a ênfase na formação integral do aluno, em que o aprendizado vai além da mera aquisição de conhecimentos à medida que desenvolve nos estudantes habilidades essenciais para sua vida pessoal e profissional, como o pensamento crítico e autonomia para tomar decisões (Hoz, 2018). Dessa forma, a personalização traz uma flexibilidade para os processos de ensino e aprendizagem ao permitir que os alunos tenham controle da construção de sua aprendizagem (Oliveira; Leite, 2021).

Na perspectiva de Hoz (2018), ao permitir que os estudantes façam suas próprias escolhas durante o aprendizado, o sistema educacional reconhece e valoriza a singularidade de cada estudante, tornando a aprendizagem mais profunda e significativa. Entretanto, é amplamente reconhecido que as instituições educacionais no Brasil frequentemente mantêm uma inclinação em direção a metodologias tradicionais, receosas de conceder aos estudantes a responsabilidade pelo seu próprio processo de ensino e aprendizagem. No entanto, Hoz (2018) argumenta que

Evidentemente há um risco na possibilidade de os alunos tomarem decisões que afetem sua própria atividade e a de seus companheiros. Pode-se considerar que não estão capacitados para tomar essas decisões, por fazerem parte da instituição escolar precisamente para adquirir nela o desenvolvimento necessário de suas aptidões para governar a própria vida. Mas toda educação é um risco do qual não se pode escapar sem que a própria educação desapareça. A própria vida humana é um risco na medida em que é humana. A educação tem de se enfrentar com a possibilidade dos fracassos de um aluno justamente para torná-lo capaz de não incorrer neles ou de suportá-los (Hoz, 2018, p.76).

Para Hoz (2018) a educação nos dias atuais precisa estar preocupada em capacitar o homem para “conhecer as situações em que se encontra e saber como deve reagir adequadamente a elas” (Hoz, 2018, p.53). Pois, se o homem terá de se mover numa sociedade complexa e mutável, “o problema está em torná-lo capaz de distinguir entre o importante e o trivial, o permanente e o transitório, o real e o aparente.” (Hoz, 2018, p.54).

Existem múltiplas definições para a concepção de Ensino Personalizado, à luz de Horn e Staker (2015, p.9) é necessário levar em consideração “(...) que a aprendizagem é adaptada às necessidades particulares de um determinado estudante”. Horn e Staker (2015, p. 23) complementam sua concepção enfatizando que Ensino Personalizado é “(...) um conjunto básico de competências — conhecimento, habilidades e disposições (...)”. Nesse sentido, as estratégias baseadas no Ensino Personalizado são pautadas, em teoria, nos pressupostos de que as aulas podem ser adaptadas ao ritmo de cada estudante e possuírem maior flexibilidade para assegurar autonomia e cooperação entre os pares supracitados, uma vez que “(...) a aprendizagem sob medida para os pontos fortes, as necessidades e os interesses de cada estudante — incluindo permitir que eles se expressem e escolham o que, como, quando e onde aprendem (...)” (Horn; Staker, 2015, p. 23).

Segundo Bacich e Moran (2018, p. 5) “A personalização, do ponto de vista dos alunos, é o movimento de construção de trilhas que façam sentido a cada um, que os motivem a aprender, que ampliem seus horizontes e levem-nos ao processo de serem livres e autônomos”. Conforme Horn e Staker (2015) afirmam, existem duas vertentes no

contexto de um ensino personalizado, uma é quando os estudantes recebem ajuda do professor individualmente, ocasionando, geralmente, resultados superiores de quando recebe instrução em grupo; mas também uma abordagem personalizada implica que os estudantes possam ter uma aprendizagem colaborativa, a partir de atividades em grupo.

É na síntese dinâmica da aprendizagem personalizada e colaborativa que desenvolvemos todo o nosso potencial como pessoas e como grupos sociais, ao enriquecer-nos mutuamente com as múltiplas interfaces do diálogo dentro de cada um, alimentando e alimentados pelos diálogos com os diversos grupos dos quais participamos, com a intensa troca de ideias, sentimentos e competências em múltiplos desafios que a vida nos oferece (Bacich, Neto; Trevisani, 2015, p.45).

Na perspectiva de Silva (2017), a sala de aula é heterogênea, uma vez que existe nela sujeitos com história de vida diferentes, culturas variadas e formas de se relacionar com o saber também de forma distinta. Logo, torna-se inviável trabalhar de forma personalizada e atender todas as necessidades dentro de um contexto escolar. Por esse motivo, Silva (2017) sugere a utilização de metodologia pautada no ensino híbrido, em que, possivelmente terá um alcance maior, e apresenta resultados melhores. Isto porque o ambiente híbrido proporciona diferentes perspectivas de aprendizagem de um mesmo tema.

Desse modo, em um ambiente híbrido de ensino, os estudantes estão em uma mesma sala de aula, trabalhando em diferentes modalidades de ensino. Isso é característica do ensino personalizado, na qual se baseia em um conjunto básico de competências – conhecimento, habilidades e disposições – comuns a todos os estudantes. (Horn; Staker 2015, p. 33).

Na concepção de Hoz (2018, p.48) “a educação personalizada, em situação atual, pode ser entendida como o resultado da convergência de três preocupações fundamentais: a eficácia do ensino, a democratização da sociedade e das instituições escolares e a especial atenção à dignidade humana.”

De acordo com Hoz (2018), enfatizar a eficácia do ensino refere-se à capacidade do sistema educacional promover o aprendizado significativo dos estudantes. Desse modo, para ser eficaz, a Educação Personalizada se pauta nos princípios das MA de modo que coloca o estudante no centro do processo de aprendizagem, estimulando sua autonomia. Isto porque na perspectiva de Hoz (2018, p.51), “não se pode viver humanamente a não ser partindo da capacidade de critério próprio para apreciar as pessoas, coisas e situações, escolher o caminho mais adequado entre várias

possibilidades.” Portanto, uma educação personalizada incentiva o ser humano a ser um indivíduo que escolhe o caminho que percorrerá, mas também “de aceitar a responsabilidade pelos atos”. Nesse sentido, Morin (2000) destaca que,

Com as transformações sociais e, conseqüentemente, das relações de trabalho, novas são as exigências em relação à educação. É preciso formar pessoas capazes de lidar com problemas a respeito dos quais ainda não se tem ideia, a lidar com o inesperado e com a incerteza. (Morin, 2020, p.72)

Contudo, para um indivíduo desenvolver sua aprendizagem de forma personalizada, é fundamental que exista a democratização da sociedade e das instituições escolares (Hoz, 2018), de modo que permita a todos os estudantes, independentemente de sua origem socioeconômica e da forma como aprende, o acesso a oportunidades iguais de aprendizado. Porém, como destacado por Alves (2023):

À medida que os professores enfrentam desafios emergentes associados à tecnologia, equidade social, ética e sustentabilidade em seu campo, é essencial que estejam dispostos a ajustar suas abordagens pedagógicas para incorporar novas informações e técnicas (...) através de uma abordagem flexível em relação à prática educativa. (Alves, 2023, p.30)

Uma educação democrática é inclusiva à medida que reconhece e valoriza a diversidade dos estudantes. Isso envolve adaptar o ensino para atender às necessidades de alunos com diferentes habilidades e interesses (Horn; Staker, 2015). Sob essa mesma perspectiva, Hoz (2018) expõe que dentro do contexto de uma educação personalizada, é necessário considerar a individualidade do estudante como um ser único, com suas próprias necessidades, capacidades e potencialidades. Além disso, a personalização insere o estudante no centro dos processos de ensino e aprendizagem, reconhecendo a diversidade de estilos de aprendizagem (Oliveira; Leite, 2021).

Dessa forma, refletir sobre a convergência que existe entre “a eficácia do ensino, a democratização da sociedade e das instituições escolares e a especial atenção à dignidade humana” (Hoz, 2018, p.48) é considerar que a eficácia do ensino é potencializada quando é democratizada e centrada no indivíduo de forma personalizada. Ou seja, os métodos de ensino eficazes são mais impactantes quando todos os alunos têm acesso a eles e são respeitados como indivíduos com suas particularidades. Nesse sentido, abordar um sistema educacional preocupado com a centralidade do estudante refere-se à mudança paradigmática da estrutura tradicional de ensino.

Na perspectiva de Hoz (2018), os alunos que experienciam uma Educação Personalizada estão mais preparados para serem aprendizes ao longo da vida, cidadãos ativos e responsáveis, e indivíduos que respeitam a dignidade e a diversidade humana.

Existem diferentes maneiras de proporcionar um ensino personalizado. Dentre eles podemos citar aquele que escolhemos para utilizar nesta pesquisa, o modelo de rotação por estação, que consiste no planejamento de atividades diferenciadas para que os alunos aprendam de forma diferente um mesmo conteúdo.

Desse modo, podemos destacar a importância do ambiente de ensino híbrido e como o espaço físico está organizado também faz parte do planejamento e objetivo por trás da personalização. Na perspectiva de Silva (2020), as salas de aula com mesas enfileiradas indicam uma proposta de aula diferente do que a que possui mesas organizadas em semicírculo e, da mesma maneira, é possível alcançar objetivos pedagógicos diferentes a partir de um uso inteligente das possibilidades que o ambiente proporciona.

Dessa forma, pensando em proporcionar um ambiente que promova a autonomia e protagonismo dos estudantes, o ambiente de ensino personalizado deve ser transformado para que os objetivos pedagógicos sejam alcançados com mais eficiência a partir do modelo escolhido. Silva (2020) afirma que:

A organização da sala de aula em zonas de trabalho ou atividades, consiste em limitar os espaços, onde os alunos realizarão tarefas de aprendizagem, permitindo que estes trabalhem sozinhos ou em grupos com autonomia. As atividades planejadas devem ser de investigação, experimentação e manipulação de objetos, ressaltando assim a aprendizagem por descoberta e o desenvolvimento de habilidades. O professor mediador, por sua vez, circula pela sala e observa os alunos desenvolvendo suas atividades, isso facilita a atenção pessoal dada a cada um (Silva, 2020).

Contudo, assim como a maioria das mudanças que ocorrem no ambiente escolar, a maneira de personalizar o ensino pode ser vista como um modelo disruptivo, que culturalmente pode não ser bem recebido, uma vez que os estudantes percorrem sua trajetória de aprendizagem de forma livre dentro do roteiro proposto (Hoz, 2018).

Diante disso, Horn e Staker (2015) afirmam que,

O imperativo para os professores do ensino híbrido nesse novo ambiente é ser capaz de moldar a cultura de forma que ela tenha altas expectativas e seja de domínio do aluno em relação à sua própria aprendizagem. Quando a cultura está criada, um professor não fica necessariamente alarmado em ver seus alunos conversando com os colegas durante o tempo de ensino personalizado. Embora possa

parecer caótico, se os professores investirem em criar uma cultura forte desde o início, com normas e expectativas claras, a cultura, na verdade, estará bem estruturada, com métodos claros para organizar a aparente confusão. O segredo não é que as escolas devam sempre ser silenciosas ou sempre barulhentas, mas que devam ser silenciosas quando os alunos precisam de silêncio para aumentar sua aprendizagem e barulhentas quando ruído e colaboração são pertinentes (Horn; Staker, 2015, p.174).

Nesse sentido Bacich e Moran (2015) destacam que.

A personalização do ensino demanda uma escola mais flexível quanto aos espaços e os modos de construção do conhecimento, quanto às trocas dentro do grupo e com a comunidade, quanto aos recursos (tecnológicos ou não) utilizados no aprendizado. (Bacich, Moran, 2015, p.203)

Quanto às atividades trabalhadas nesse contexto, concordamos com Palloff e Pratt (2004, p.53) quando afirmam que “os alunos aprendem melhor quando se aproximam do conhecimento por meio de um modo em que confiam”. Dessa forma, personalizar o ensino com atividades que atendam às necessidades dos estudantes torna-se algo de grande importância.

Destaca-se, além disso, que a transferência de responsabilidade para o aluno é um aspecto fundamental da personalização. Quando os estudantes são responsáveis por suas escolhas e pelos resultados de seu aprendizado, eles desenvolvem um senso de propriedade sobre seu processo educacional. Isso pode levar a um aumento na autoeficácia e na confiança, habilidades que são transferíveis para outras áreas da vida (Hoz, 2018). Uma vez que a educação personalizada promove um aprendizado alinhado com os interesses e necessidades individuais dos estudantes, ela se torna mais profunda, de modo que os estudantes se tornem mais engajados, e isto pode ser compreendido como o grau de envolvimento, motivação, participação ativa e conexão emocional que eles demonstram em relação ao processo de aprendizagem (Fredricks; Blumenfeld; Paris, 2004).

Quando estamos tratando da disciplina de Matemática, utilizar as abordagens híbridas é permitir conectar todos os espaços, com atividades organizadas e diferenciadas, de forma personalizada, atendendo aos diversos tipos de aprendizagem. Isto implica atender tanto os estudantes mais passivos, quanto os mais proativos; os mais rápidos e os mais lentos; os que precisam de acompanhamento e os que conseguem se desenvolver sozinho durante o processo (Silva, 2020).

Dessa forma, acreditamos que, enquanto o ensino personalizado enfoca a adaptação do processo educativo às necessidades individuais dos estudantes, a aprendizagem colaborativa amplia essa abordagem ao promover interações significativas entre pares e o compartilhamento de conhecimentos. Conforme Panitz (1999, p. 2), “entendemos o conhecimento como uma construção social e a aprendizagem como um processo social.

2.4 Aprendizagem colaborativa

A aprendizagem colaborativa tem sido defendida pelos pesquisadores dos processos educativos, pois, reconhecem nessa metodologia o potencial de promover uma aprendizagem mais significativa, uma vez que proporciona o pensamento crítico, e a capacidade de interação com o outro ser. Dessa forma, os estudantes tornam-se mais autônomos, pois são responsáveis pelo seu processo de aprendizagem (Torres; Irala, 2014)

Sobre a aprendizagem colaborativa, a BNCC (Brasil, 2018) destaca o compromisso com a formação integral do sujeito aprendente e demonstra consciência que no novo cenário mundial, é necessário,

(...) reconhecer-se em seu contexto histórico e cultural, comunicar-se, ser criativo, analítico-crítico, participativo, aberto ao novo, colaborativo, resiliente, produtivo e responsável requer muito mais do que o acúmulo de informações. Requer o desenvolvimento de competências para aprender a aprender, saber lidar com a informação cada vez mais disponível, atuar com discernimento e responsabilidade nos contextos das culturas digitais, aplicar conhecimentos para resolver problemas, ter autonomia para tomar decisões, ser proativo para identificar os dados de uma situação e buscar soluções, conviver e aprender com as diferenças e as diversidades (BRASIL, 2017, p. 16).

Assim como as metodologias inovadoras, nesta perspectiva, os processos de ensino e aprendizagem não estão centrados na figura do professor, pois, agora ele tem o objetivo de promover espaços adequados para o aluno desenvolver suas habilidades sociais e cognitivas de modo criativo, a partir da interação com o grupo.

Logo, no contexto escolar a aprendizagem colaborativa ocorre a partir de situações bem elaboradas pelo professor, em que promova, a partir de um empreendimento colaborativo (Torres; Irala, 2014) a troca de ideias significativas entre os alunos envolvidos, em que todos eles são responsáveis tanto pelo seu progresso, quanto pelo do

seu grupo. Vale destacar que isso se baseia em um relacionamento sem hierarquias, ou seja, no ambiente norteado pela aprendizagem colaborativa todos os indivíduos possuem as mesmas responsabilidades. Nessa perspectiva Maia e Castro Filho (2016) expõe que,

As interações entre sujeitos possuem um valor fundamental para a promoção do desenvolvimento cognitivo. Um sujeito com mais expertise ao colaborar com o colega aprimora suas capacidades cognitivas ao mesmo tempo em que oportuniza ao outro aprender e poder realizar atividades sozinhas (Maia; Castro; Filho, 2016, p.20).

Contudo, vale a ressalva de Torres e Irala (2007) de que, na aprendizagem colaborativa, não é suficiente a junção de ações individuais para a realização de atividades, é preciso a conjugação de mentes para atingir o objetivo coletivo. Uma vez que é necessário um “engajamento mútuo dos participantes em um esforço coordenado para a resolução do problema em conjunto”. (Roschelle, Teasley, apud Dillenbourg, 1996)). E como Maia e Castro Filho (2016, p. 5) comentam “(...) uma aprendizagem é colaborativa quando os sujeitos se sentem motivados para construir conhecimento juntos.”

Além disso, Torres e Irala (2007) destacam ainda que as atividades dentro dessa perspectiva precisam ser autênticas, ricas em significado e contextualizadas com a realidade dos estudantes. Para os autores, essa forma de apresentar as atividades contribui para um dos objetivos dessa metodologia que consiste em fomentar o raciocínio crítico e reflexivo dos estudantes, uma vez que eles trazem seus esquemas de pensamento e propostas de resolução próprias (Maia; Castro Filho, 2016).

Torres e Irala (2014) abordam em seu trabalho que,

Em 1916, John Dewey, ao escrever o livro *Democracia e Educação*, propõe que em ambiente escolar sejam reproduzidas situações sociais que preparem o aluno para exercer a democracia. Arends afirma que Dewey e seus seguidores, ao apresentarem os procedimentos de sala de aula de suas propostas, “ênfatizavam a organização de pequenos grupos de resolução de problemas, constituídos por alunos que procuravam as suas próprias respostas e aprendendo os princípios democráticos, através da interação diária de uns com ou outros.” (Torres, Irala, 2014, p.62)

John Dewey faz parte do conjunto de filósofos que defendiam uma prática docente que promovesse a liberdade do aluno para criar suas próprias certezas durante o processo de aprendizagem. Sendo assim, além do Movimento da Escola Nova, outras tendências pedagógicas e bases teóricas que embasam a aprendizagem colaborativa são: Teorias da

Epistemologia Genética de Piaget; teorias Socioculturais de Vygotsky; e a Pedagogia Progressista.

No que diz respeito à aprendizagem colaborativa mediada pelas TDIC, Santarosa *et al* (1999) afirmam que as ferramentas tecnológicas, podem desencadear conflitos cognitivos, por permitir a interação e interferência de outros aprendizes que promoverão o crescimento cognitivo mútuo. E é dentro dessa perspectiva que Maia, Castro e Filho (2016) salientam que, devido ao fato de tais tecnologias estarem se tornando cada vez mais onipresentes, é difícil perceber a fronteira entre a colaboração com e sem apoio delas.

Conforme Maçada e Tijiboy (1998), os ambientes educacionais relacionados com o uso da internet estão “revolucionando os conceitos de tempo e espaço na comunicação entre as pessoas, no acesso à informação, na produção e na construção do conhecimento.

Vale ressaltar que Radford (2017) pautou a Teoria da Objetivação (TO) também na aprendizagem colaborativa, a partir do *labor* conjunto. A sala de aula da TO, pressupõe o trabalho com foco na atividade que deve ser realizada em conjunto pelos sujeitos da cognição a fim de construir conhecimento em contato com os objetos de aprendizagem para formação de alunos não alienados, como diz Radford (2017, p. 77), (...) o conhecimento não é mais uma simples representação da realidade externa, é, ao invés, o resultado da interação entre o sujeito que aprende (suas estruturas cognitivas) e suas “experiências sensoriais”. (Dos Santos; Almeida Neto, 2021)

Assim, entende-se que as abordagens híbridas de ensino, através de um ensino personalizado, em um contexto escolar pautado pela metodologia da aprendizagem colaborativa, podem contribuir significativamente para o aprendizado da matemática, em especial, para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Capítulo 3

Percurso Metodológico

A presente pesquisa foi pautada na realização de uma ação pedagógica híbrida ancorada no modelo de rotação por estações (Horn; Staker, 2015), incorporando premissas de um processo de ensino personalizado, auxiliado pelo uso de tecnologias digitais, tendo em vista o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes. Nesse sentido, buscamos proporcionar o desenvolvimento do pensamento algébrico pautado numa abordagem híbrida, a qual se encontrava amparada pelas bases de uma metodologia ativa, que incluíam a aprendizagem colaborativa, a ação-reflexão e a autonomia dos estudantes (Filatro; Cavalcanti, 2022).

Horn e Staker (2012) expõem que o modelo de rotação por estações é pautado em três momentos essenciais, são eles: instrução do professor, instrução online e a organização das estações. No momento inicial, todos os estudantes recebem instruções conduzidas pelo professor (ou o indivíduo responsável por dar suporte nas estações), em seguida dão continuidade ao processo de aprendizagem e são levados para as estações. É pertinente destacar que nesse momento, os estudantes participam de atividades colaborativas em projetos com outros alunos, e, uma das estações de aprendizagem acontece de forma híbrida com a presença do artefato tecnológico.

Essa abordagem ressalta a interação entre os espaços e tempos, concordamos como destacado por Bacich *et al.* (2015), “o ensinar e aprender acontecem em uma ligação simbiótica profunda e constante entre os chamados mundo físico e digital. Não são dois mundos ou espaços, mas um espaço estendido, uma sala de aula ampliada.”

O percurso metodológico da nossa ação pedagógica foi adaptado dos pressupostos metodológicos do ensino híbrido, em particular, o modelo de Rotação por Estação (Bacich; Tanzi Neto; Trevisani, 2015). Diante disso, os autores expõem que a Rotação por Estações pode ter atividades de leitura, escrita, criação, incluindo estações híbridas com o uso do artefato tecnológico. Por este motivo, nas estações buscamos tanto diversificar os recursos e as atividades nas estações, quanto possibilitar experiências nas quais os estudantes conseguiram aprender de maneira colaborativa e individualmente, otimizando a autonomia e a colaboração entre os pares.

Na rotação por estações, os alunos participam de um curso ou matéria revezando entre as modalidades de ensino em um roteiro fixo, ou a critério do professor, onde pelo menos uma delas é o ensino online (Horn; Staker, 2015). No quadro 6, estruturamos algumas possibilidades na construção de uma atividade baseada no modelo de rotação por estações, com base em Horn e Staker (2015) e Bacich *et al.* (2015).

Quadro 6: Propostas pedagógicas e possibilidades para aplicar nas estações

Estação	Proposta pedagógica	Possibilidades
Colaborativa	Atividades nas quais os estudantes irão interagir, trabalhando o engajamento	Construção de Mapas mentais; Resolução de Problemas; Elaboração de Projetos; Atividades “mão na massa”.
Online/ Tecnológica	Atividades que promovam autonomia do estudante	Vídeos / Trechos de Filmes; Podcasts; Material de áudio e/ou vídeo autoral (produzido pelo professor); Plataformas educacionais; Websites; Uso de Equipamentos da Escola (computadores, TV); Uso de <i>Smartphones</i> , <i>tablets</i> ou <i>notebooks</i> dos estudantes; Utilização da tecnologia digital compartilhada; Envio prévio de material a fim de permitir <i>download</i> prévio da mídia a ser trabalhada;
Orientada	Atividades de maior complexidade; Supervisão constante do professor. Acompanhamento de um grupo menor de estudantes	Aprofundamento conceitual; Acompanhamento de Projetos; Trabalhar Dúvidas e Dificuldades.

Fonte: A Autora

É importante pontuar que na Rotação por Estações, as atividades não são sequenciais, ou seja, as tarefas realizadas em cada estação se complementam independente da ordem de escolha para a realização. Desse modo, como Horn e Staker (2015) comenta, é importante estimular o trabalho colaborativo, e, ao final da aula, reunir os estudantes para discutir os resultados e sistematizar os aprendizados que ocorreram durante o momento da rotação.

No quadro 7 relacionamos nossos objetivos específicos e quais etapas metodológicas vão nos fazer atingir cada um deles.

Quadro 7: Relação dos objetivos específicos e as etapas metodológicas

Objetivo Específico	Etapa metodológica
Avaliar como a personalização do ensino aplicada a partir de um modelo rotacional é capaz de subsidiar os processos de ensino e aprendizagem das Sequências Recursivas.	Sistematização dos resultados análise a partir de fichas de registro coletadas no processo interventivo. Análise a partir de bases teóricas que fundamentam e que amparam a abordagem híbrida e o ensino personalizado.
Identificar a emergência dos elementos caracterizadores do pensamento algébrico, indeterminação, denotação e analiticidade, nas respostas dos estudantes.	Sistematização dos resultados para análise a partir de fichas de registro, gravações de áudio e vídeo coletados no processo interventivo. Análise a partir de base teórica que fundamenta o pensamento algébrico.

Fonte: A Autora

A partir disto, neste capítulo, apresentamos a caracterização e delineamento da pesquisa, os participantes, o contexto da pesquisa, o percurso da intervenção, os instrumentos de coleta de dados e os procedimentos de análise.

3.1. NATUREZA DA PESQUISA

Para alcançar os objetivos desta pesquisa, optou-se por uma abordagem de caráter qualitativo, visto que investigamos as estratégias utilizadas pelos estudantes ao resolverem problemas com generalização de padrões. Segundo Ludke e André (1986), essa abordagem tem como principal característica, o pesquisador ser um participante atuante no processo de coleta de dados, em que esses são predominantemente descritivos e o processo é mais importante do que o produto.

Na perspectiva de Ollaik e Ziller (2012, p. 233), os objetivos de uma pesquisa dessa natureza são de “[...] descrever, analisar, e buscar compreender”. Além disso, os “métodos qualitativos, em geral, enfatizam as particularidades de um fenômeno em termos de seu significado para o grupo pesquisado” (Borba et al., 2020, p. 45).

Concordando com essa perspectiva, Yin (2016) expõe que a pesquisa qualitativa possibilita representações de visões e perspectivas dos participantes de um estudo, de modo que capturar suas perspectivas seja, de fato, um propósito importante do estudo qualitativo. Assim, os eventos procedentes da pesquisa qualitativa podem ter significados

relacionados a fatos da vida real das pessoas que os vivenciam. Porém, é válido destacar que, nas palavras do autor, a pesquisa qualitativa não é apenas um diário ou uma narrativa cronológica da vida cotidiana (...) ela é guiada por um desejo de explicar esses acontecimentos, por meio de conceitos existentes ou emergentes (Yin, 2016, p 30).

Além disso, Creswell (2010, p. 186) destaca que na pesquisa qualitativa os métodos de coleta de dados estão crescendo e cada vez mais envolvem participação ativa dos participantes e sensibilidade aos participantes do estudo. Os pesquisadores qualitativos buscam o envolvimento dos participantes na coleta de dados e tentam estabelecer harmonia e credibilidade com as pessoas no estudo.

Bogdan e Biklen (1994) definem cinco características da investigação qualitativa, as quais são:

- I. A fonte direta de coleta de dados é o ambiente natural: o pesquisador tem contato direto com o local de sua pesquisa, produz seus dados, observa, anota e os registra por meio de áudio e vídeo
- II. A pesquisa é descritiva: os dados coletados devem ser transcritos e apresentados sob a forma narrativa, no sentido de dar coerência aos dados, avistando aspectos relevantes, respeitando sempre as falas e os pontos de vista dos sujeitos envolvidos na pesquisa.
- III. O interesse maior da pesquisa é pelo processo em relação aos resultados ou produtos: o pesquisador deve ouvir os silêncios, enxergar as expressões banais, os sentidos, os sentimentos e as expectativas sem esquecer-se do objetivo de sua pesquisa.
- IV. Os dados são analisados de forma indutiva: situação em que o pesquisador não recolhe os dados na tentativa de comprovação de hipóteses, e sim a partir das abstrações construídas previamente, ou seja, “[...] o investigador qualitativo planeja utilizar parte do estudo para perceber quais são as questões mais importantes” (Bogdan; Biklen, 1994, p. 50).
- V. O significado como fator de grande importância na abordagem qualitativa: a compreensão de como os participantes interpretam determinados fatos e por que os interpretam daquela maneira. Contudo, “[...] ao apreender as perspectivas dos participantes, a investigação qualitativa faz luz sobre a dinâmica interna das situações, dinâmica esta que é frequentemente invisível para o observador exterior” Bogdan; Biklen, 1994, p. 50).

É fato que “a pesquisa qualitativa se caracteriza pelo estudo exaustivo e profundo de um ou de poucos objetos, de maneira a permitir o seu conhecimento mais amplo e detalhado” (Gil, 2008, p. 57). Sendo assim, consideramos esta pesquisa como qualitativa pois, ao investigar as estratégias utilizadas pelos estudantes, buscamos analisar o comportamento deles com a finalidade de alcançarmos nossos objetivos específicos.

A realização dessa pesquisa buscou, além de analisar as estratégias que os estudantes utilizaram ao resolver o problema com sequências recursivas, promover uma mudança nos atores sociais no que diz respeito ao processo de ensino e aprendizagem da álgebra. Ou seja, à medida que pesquisamos, também contribuímos para a transformação da realidade do campo de estudo em relação ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Além de contribuir significativamente para a compreensão dos temas abordados, a pesquisa também teve um impacto positivo ao facilitar experiências dos estudantes com as metodologias ativas associadas a utilização das TDIC.

Nesse contexto, a partir dos pressupostos teóricos e metodológicos da Pesquisa de Natureza Interventiva, Thiollent (2011) afirma que pesquisas dessa categoria fazem com que os pesquisadores e os estudantes pesquisados se tornem capazes de responder com maior eficiência aos problemas da situação em que vive, facilitando assim à busca por soluções para os quais os procedimentos convencionais não têm contribuído de forma significativa.

Diante disso, consideramos a abordagem qualitativa de natureza interventiva adequada a essa pesquisa, uma vez que entendemos que era um campo no qual estaríamos preocupados em compreender o comportamento dos participantes e, além disso, por dados reais, ter provocado mudanças na realidade dos participantes.

3.2. LÓCUS DA PESQUISA E SUJEITOS DE ESTUDO

A pesquisa foi realizada com 24 estudantes regularmente matriculados no Colégio Agrícola Dom Agostinho Ikas da UFRPE, cursando o 1º ano do Ensino Médio. Vale destacar que devido ao grande quantitativo de material e a necessidade de aprofundarmos a investigação, optamos por restringir nossas análises a um determinado grupo de estudantes na qual apresentaremos o detalhamento dessa escolha no capítulo de “Resultados e Discussão”. O Lócus da pesquisa, o CODAI, oferece cursos regulares de Ensino Médio e de Ensino Técnico, estando vinculada ao Ministério da Educação como Escola Técnica Vinculada à Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE).

A decisão por trabalhar com estudantes do 1º ano do Ensino Médio foi tomada com objetivo de desenvolver tarefas voltadas para a unidade temática da álgebra, abordando especificamente as sequências recursivas com padrões de regularidades, conforme estabelecido nos currículos para esse ano letivo.

De acordo com BNCC (Brasil, 2018),

A unidade temática álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações (Brasil, 2018, p.270).

Além disso, a BNCC afirma que estudantes do ensino médio já devem ter desenvolvidos determinadas competências como raciocínio e reflexão para resolver problemas matemáticos de caráter abstrato e que na etapa do ensino médio vai consolidar, ampliar e aprofundar tudo que foi aprendido até o momento.

Nesse sentido, o documento expõe que, para os estudantes desenvolverem o raciocínio matemático é importante que eles possam,

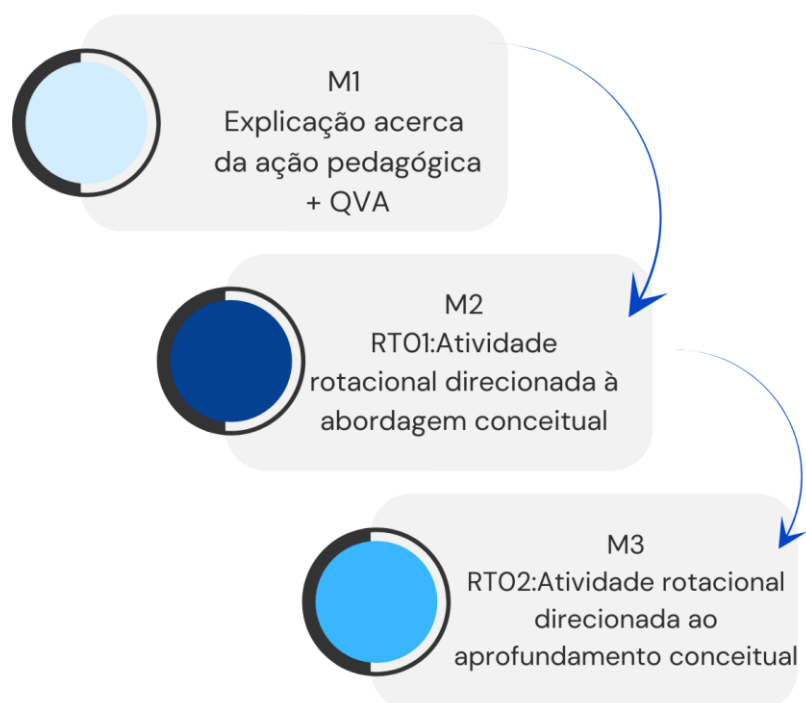
em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar as soluções apresentadas para os problemas, com ênfase nos processos de argumentação matemática. Embora todos esses processos pressuponham o raciocínio matemático, em muitas situações são também mobilizadas habilidades relativas à representação e à comunicação para expressar as generalizações, bem como à construção de uma argumentação consistente para justificar o raciocínio utilizado (Brasil, 2018, p.529).

Dessa forma, ao propor tarefas com sequências recursivas, buscamos revisitar conteúdos já consolidados pelos estudantes com o objetivo de promover o aprofundamento do pensamento algébrico dos estudantes, bem como, estimular a capacidade de argumentação a partir da interação com os colegas.

3.3. PERCURSO METODOLÓGICO DA AÇÃO PEDAGÓGICA

Para desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes a partir da rotação por estações, organizamos nossa intervenção em três momentos, M1, M2 e, M3, que estão sintetizados na Figura 6.

Figura 6: Percurso Metodológico da Ação Pedagógica



Fonte: A autora

O primeiro deles, M1, foi um momento que antecedeu a ação pedagógica, a qual chamaremos de pré-interventivo, em que fizemos a apresentação da nossa proposta interventiva e orientamos os estudantes acerca da dinâmica metodológica. Este momento teve duração de quatro semanas, em que observamos algumas aulas de matemática da turma.

Vale salientar que, como nosso foco de pesquisa não foram as aulas do professor da turma, ou o comportamento dos estudantes neste momento, não trazemos em nossa pesquisa o detalhamento do que foi observado neste momento. Contudo, destacamos que o momento pré-interventivo foi importante para auxiliar na preparação das tarefas, bem como identificar algumas particularidades dos estudantes, como, por exemplo, a capacidade de interação, relação com os conteúdos matemáticos e, conexão com as TDIC. Em caráter interventivo, o segundo momento foi destinado para abordagem conceitual do

conteúdo de sequências recursivas por meio da Rotação 01 (RT01), com três estações de aprendizagem e o terceiro foi realizado o aprofundamento conceitual a partir da Rotação 02 (RT02), que também teve três estações.

Organizamos as estações nos baseando nas diferentes estratégias de abordar o conteúdo, assim, propomos diferentes tipos de sequências recursivas, com o objetivo de proporcionar, a depender das estratégias utilizadas, o desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Ademais, buscamos, por meio de diferentes abordagens, promover um ensino personalizado, capaz de validar as diferentes formas de aprender, diante da heterogeneidade de estilos de aprendizagens em sala de aula. Uma vez “no contexto do ensino personalizado, cabe ao mediador utilizar-se do máximo de ferramentas disponíveis para que seus alunos identifiquem aquela(s) com a(s) qual(is) aprendem melhor e de forma mais completa (vídeo, áudio, leitura, resolução de problemas).” (Bacich *et al*, 2018, p.202)

Em conformidade com a proposta metodológica, a turma foi dividida em grupos fixos de trabalho, os quais vivenciaram três diferentes estações em cada encontro, conforme representado na *Figura 7*, a qual representa o esboço da trajetória de um único estudante dentro do seu coletivo, pautada nos pressupostos de Horn e Staker (2015). Os estudantes foram divididos em 9 grupos de três ou quatro pessoas, sendo subdivididos entre as três estações de aprendizagem, de modo que em cada estação houvesse três grupos, totalizando em média, nove estudantes por estação. Esta divisão foi realizada com o objetivo de tornar a dinâmica metodológica mais eficaz, organizando os estudantes em pequenos grupos.

Figura 7: Trajetória do estudante no Modelo de Rotação por Estações



Fonte: A Autora

As orientações da trajetória rotacional foram concedidas para a turma no momento que antecedeu a dinâmica metodológica, em que os estudantes receberam de forma impressa um roteiro norteador indicando a trajetória que deveriam percorrer na referida rotação. Durante as estações, os estudantes receberam apoio de monitores que passaram todas as orientações acerca do objetivo da estação (como exemplificado na Figura 8), bem como das tarefas que deveriam ser realizadas. Além disso, os estudantes receberam as Fichas de Registro Individual (FRI) e as Fichas de Registro Coletiva (FRC).

É importante destacar que durante a intervenção pedagógica, o papel de docente responsável ficou sob a responsabilidade da pesquisadora, enquanto o professor da turma atuou como monitor de uma das estações. Essa escolha foi tomada para assegurar que a condução das atividades estivesse em conformidade com os objetivos da pesquisa e a metodologia planejada. Ao assumir o papel docente, a pesquisadora conseguiu controlar diretamente a organização das estratégias aplicadas durante a execução da intervenção e observar detalhadamente as interações entre os estudantes nas estações. O professor da turma, por sua vez, ofereceu suporte monitorando a execução das atividades propostas e auxiliando os estudantes quando necessário.

Figura 8: Monitores da estação ação



Fonte: acervo da pesquisa

Nossa trajetória interventiva, planejada a partir de um modelo de rotação por estações, foi esquematizada conforme mostrado no Quadro 8.

Quadro 8: Trajetória Interventiva

MOMENTO	ATIVIDADE	DESCRIÇÃO
M1	Explicação acerca da ação pedagógica	Apresentação da proposta interventiva para a turma; Entrega de roteiro aos monitores responsáveis.
M2	RT01:Atividade rotacional direcionada à abordagem conceitual	Estação visual: Colaboração / autonomia Estação ação: Colaboração / autonomia Estação mão na massa: Mediação/Colaboração / autonomia / Uso de TDIC (gravação de um podcast)
M3	RT02: Atividade rotacional direcionada ao aprofundamento conceitual	Estação Desvendando o mistério: Colaboração / autonomia Estação Revelando o mistério: Colaboração / autonomia Estação Explicando o mistério: Mediação/Colaboração / autonomia / Uso de TDIC (gravação de um vídeo)

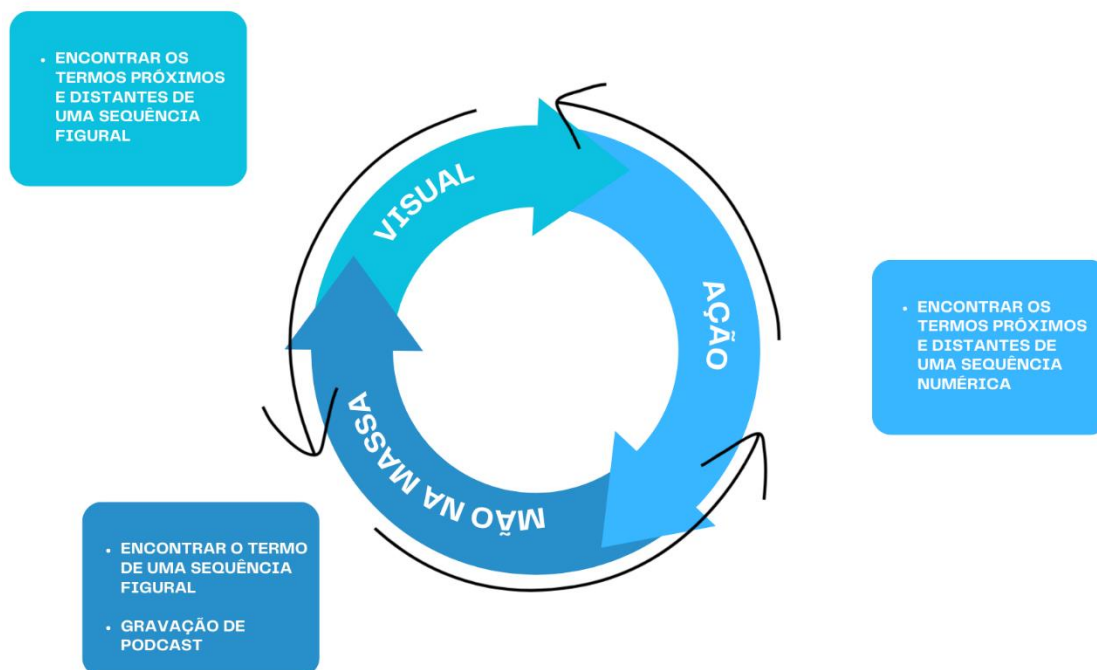
Fonte: A autora

→ Rotação 01 (RT01)

As atividades desenvolvidas para esse momento tiveram como foco desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes com a exploração de sequências com termos próximos e distantes, para a partir disso estimular a generalização. Na perspectiva de Polya (1997), para o estudante se tornar um resolvidor de problemas é necessário “familiarizar-se com o concreto antes do abstrato, com a variedade de experiência antes do que com o conceito unificador e assim sucessivamente.” (Polya, 1997, p.137)

Neste momento, tivemos três estações de aprendizagem trabalhando de forma diversificada a mesma temática. A estação *visual* teve como objetivo trabalhar as sequências figurais, na estação *ação* os estudantes lidaram com uma sequência numérica, e a estação *mão na massa* foi a nossa estação de aprendizagem híbrida, em que os estudantes, além de mobilizar estratégias para solucionar a tarefa com uma sequência figurar, precisaram manusear um artefato tecnológico para gravação de um podcast.

Em cada uma das estações pudemos trabalhar com aspectos relevantes para o ensino híbrido como a colaboração, autonomia e mediação pedagógica. A seguir apresentamos a figura 9 que exemplifica como ocorreram as estações desse momento.

Figura 9: Rotação 01

Fonte: A autora

→ Rotação 02 (RT02)

Nesta rotação, fizemos o aprofundamento da temática das sequências recursivas, sendo o momento de dar continuidade ao que foi iniciado na RT01. Uma vez que os estudantes já estavam familiarizados com as sequências e seus termos próximos e distantes, na RT02 investigamos o processo de generalização algébrica dos estudantes. Com isso, as tarefas aplicadas neste momento tiveram como foco principal trabalhar com a parte abstrata das sequências recursivas, com o objetivo de encontrar uma expressão capaz de determinar qualquer que seja o termo da referida sequência, de modo que os estudantes, a depender das estratégias utilizadas, conseguissem generalizar algebricamente.

É importante destacar que esse é um dos momentos mais importantes da nossa ação pedagógica, uma vez que buscamos interpretar se os estudantes conseguiram demonstrar domínio na analiticidade (Radford, 2012) e trabalhar com o abstrato como se ele fosse concreto. Nesse sentido, Vale (2013, p. 70) destaca,

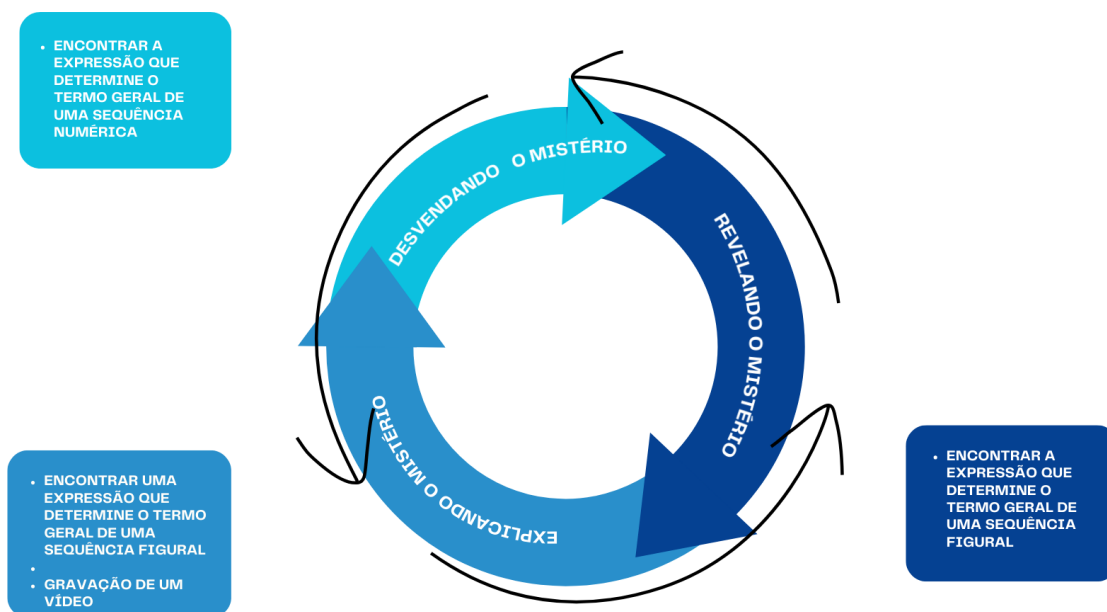
A generalização de padrões é um veículo com potencialidades para fazer a transição do pensamento numérico para o algébrico, porque permite dar significado à generalização sem ter de recorrer, obrigatoriamente, a variáveis

e a fórmulas, e por outro lado os padrões visuais/figurativos podem ser uma ferramenta poderosa para chegar a expressões numéricas que os estudantes compreendam e não sejam uma mera manipulação de símbolos sem significado (e.g. Rivera e Becker, 2005 apud Vale, 2003).

Visto que o objetivo da pesquisa é desenvolver o pensamento algébrico a partir de uma abordagem híbrida, as atividades das estações foram estruturadas com o propósito de estimular o desenvolvimento da generalização algébrica. Esta, segundo Radford (2013) “é percebida quando o estudante vai além do limite prático razoável da abordagem passo a passo, ou seja, ele perpassa por um caminho que leva à dedução de uma expressão direta que permite calcular o valor de qualquer figura da sequência” (Radford, 2013, p.6).

Assim como na rotação anterior, esta rotação foi dividida em três estações de aprendizagem e com os mesmos grupos definidos na rotação anterior. As tarefas aplicadas neste momento tiveram as mesmas sequências aplicadas na RT01, como forma de aprofundar o conceito que já havia sido iniciado anteriormente. Para este momento, entregamos novas FRI e FRC para os estudantes e optamos por trabalhar de maneira criativa abordando um “mistério”, que para solucionar o caso os estudantes devem percorrer todas as estações de aprendizagem. A figura 10 a seguir exemplifica visualmente como será esse momento.

Figura 10: Rotação 02



Fonte: A autora

3.4. INSTRUMENTOS UTILIZADOS PARA CONSTRUIR OS DADOS DA PESQUISA

Na perspectiva de Oliveira (2008), é necessário escolher instrumentos adequados que sejam confiáveis e precisos. Diante disso, durante nossa pesquisa para o levantamento de dados, utilizamos as fichas de registros individual e coletiva, gravações de áudio e vídeo.

3.4.1. Gravações de áudio e vídeo

Segundo Bogdan e Biklen (1994), a gravação é utilizada para coletar dados de pesquisas de caráter qualitativo, logo utilizaremos essa técnica de coleta para registrar as verbalizações e gestos dos estudantes durante o processo interventivo com o objetivo de analisar como os estudantes desenvolvem o pensamento algébrico.

Justificamos a utilização desses instrumentos em decorrência da natureza do pensamento algébrico, que, na perspectiva da Teoria da Objetivação (TO) possui uma natureza multimodal, apresentando sua parte material (gestos, percepção, fala e escrita) e ideacional (imaginação e a fala interior) (Radford, 2021).

Considerando isso, utilizamos como base para analisar as gravações de áudio e vídeo, a metodologia de análise multimodal. Essa metodologia busca considerar e relacionar os “recursos cognitivos, físicos e perceptíveis que os estudantes utilizam quando trabalham com ideias matemáticas” (Vergel, 2016, p. 26).

3.4.2. Ficha de Registro Individual e Coletiva

Como forma de coletar os dados escritos pelos estudantes durante a ação pedagógica, entregamos as Fichas de Registro Individual (FRI) para cada estudante e as Fichas de Registro Coletiva (FRC) para o grupo. Ambas as fichas foram entregues para que eles registrassem seus rascunhos e soluções durante as atividades nas estações (Apêndice B e C). A perspectiva de análise que rege nossa pesquisa acredita que o pensamento algébrico pode ser demonstrado de várias maneiras distintas, e uma delas, é através da escrita.

As fichas de registro foram de papel A4, e nelas continham instruções sobre o momento da ação pedagógica, bem como os espaços destinados aos registros de cada

produção referente a estação. Assim, em cada estação de aprendizagem os estudantes receberam fichas que deveriam ser entregues na conclusão de cada estação de ambas as rotações.

3.5 ANÁLISE DOS DADOS

O estabelecimento das categorias de análise se deu a partir de uma leitura prévia nas fichas de registro desenvolvidas pelos discentes, bem como do material proveniente de vídeo-gravações, onde foram elencados aspectos referentes ao conteúdo específico, como também foram feitas análises pertinentes ao modelo rotacional, com ênfase na aprendizagem colaborativa.

Em função da perspectiva assumida e delineada, durante a análise de dados buscamos interpretar de maneira reflexiva as estratégias mobilizadas pelos estudantes para resolver o problema de sequência recursivas considerando as instâncias do ensino e da aprendizagem em seus processos interacionistas, sobretudo subsidiada pelas perspectivas da Teoria da Objetivação, adota-se neste estudo a perspectiva da análise semiótica. Uma vez que, de acordo com Kress (2012)

A semiótica social serve para enfatizar o que é compartilhado comunicacionalmente: que deve haver recursos para mostrar a conexão e relação em qualquer modo, mesmo que sejam diferentes em cada modo, que características do significado são compartilhadas entre todos os modos - intensidade - enquadramento - primeiro plano - destaque - coerências e coesão - formas de gênero etc. Mesmo que difiram de modo para modo. (Kress, 2012, p. 46)

No quadro abaixo fazemos uma síntese do material que foi submetido à análise:

Quadro 9: Descrição do material submetido à análise

Material	Descrição
FRC (Fichas de Registro Coletivo)	Análise metodológica da rotação por estação no que concerne uma proposta de ensino personalizado para trabalhar o conteúdo específico de sequências recursivas;
FRI (Fichas de Registro Individual)	Análise do desenvolvimento do pensamento algébrico a partir do modelo rotacional.
Gravações de áudio e vídeo	Análise semiótica (RADFORD) do pensamento algébrico dos estudantes.

Fonte: A autora

3.6 QUESTÕES ÉTICAS DA PESQUISA

Antes de iniciarmos a proposta interventiva, disponibilizamos o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), bem como o Termo de Assentimento Livre Esclarecido (TALE) como requisito para a participação dos estudantes (Apêndice D, E e F). Com o objetivo de esclarecer os estudantes a respeito da pesquisa, em conformidade com os princípios éticos determinados pelo Conselho Nacional de Saúde (CNS), os documentos apresentam informações claras sobre os objetivos, procedimentos e possíveis riscos associados à pesquisa.

Devido à necessidade de utilizar gravações de áudio e vídeo para coletar os dados dos estudantes, optamos por preservar suas identidades, assegurando que não haja identificação pessoal em nenhum momento da pesquisa. Diante disso, salientamos que todas as informações coletadas nesta pesquisa serão tratadas com confidencialidade. A responsabilidade pelo armazenamento e preservação dos dados será da pesquisadora e da orientadora. Os registros ficam armazenados por um período mínimo de 5 anos. Ademais, a pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da UFRPE sob o número CAEE 71174423.3.0000.9547 e Parecer 6.551.637.

Capítulo 4

Resultados e discussão

Neste capítulo apresentaremos os resultados alcançados durante o processo interventivo e a discussão em torno deles. O processo interventivo foi realizado conforme detalhado no capítulo metodológico, de modo que dessa seção evidenciaremos os resultados e as respectivas análises do questionário de verificação anterior à ação (QVA), das fichas de registro individual e das gravações em áudio e vídeo, nas duas intervenções, codificadas como RT01 (Rotação 01) e RT02 (Rotação 02). Na figura 11 esquematizamos uma linha do tempo sintetizando a nossa intervenção. Com o intuito de orientar a leitura, a figura abaixo e suas múltiplas versões percorrerá todo o capítulo de resultado, as setas direcionam a estação que está sendo referida, e/ou a etapa de discussão.

Figura 11: Esquema da intervenção pedagógica



Fonte: A autora

Para fins de análises, trabalharemos com um grupo focal composto por 04 (quatro) estudantes, levando-se em consideração os seguintes critérios: engajamento durante as aulas; participação em todos os momentos da intervenção; e rendimento escolar satisfatório. No grupo focal, as estudantes participantes foram codificadas em E1, E2 E3 e E4. Diante do exposto, apresentaremos os resultados seguido a seguinte sequência:

- (1) Análise dos resultados referentes ao QVA;
- (2) Análise dos resultados provenientes das estações do primeiro encontro interventivo (rotação 01);

(3) Análise dos resultados provenientes das estações do segundo encontro interventivo (rotação 02). Nas etapas 02 e 03, traremos uma análise, no que concerne o desenvolvimento do pensamento algébrico, seguida de uma sinopse referente a trajetória na atividade híbrida rotacional.

(4) Análise da trajetória da estudante E4. Essa análise aprofundada amplia a compreensão acerca dos pilares fundamentais do Ensino Híbrido, especialmente numa atividade rotacional.

Após a análise dos questionários pré-interventivos, o primeiro foco do capítulo será no detalhamento do desenvolvimento conceitual por parte das estudantes a partir dos documentos analisados, sob uma perspectiva dos pressupostos definidos por Luís Radford em relação ao pensamento algébrico.

Para organização dos dados, nos baseamos nos quadros de Radford (2015b) como evidenciado no quadro 10. A partir da escolha do grupo focal, as análises das transcrições resultaram em 10 quadros, nos quais foram organizados da seguinte maneira, na primeira coluna o número de ordem das falas, na segunda coluna as transcrições dessas falas, essa coluna foi organizada por códigos, que indicam a ordem da estação de acordo com a rotação (RT01Ex), o vídeo (Vx) e o tempo de transcrição. E por fim, a terceira coluna contém os comentários interpretativos da pesquisadora em relação à fala daquela linha.

Quadro 10: Organização das transcrições

Número da fala	Episódio X RTYE01V02 (1'20''— 3'40'')	Comentários interpretativos
1	Este exemplo refere-se à transcrição do Episódio X, da Rotação Y, da estação 01, e do vídeo 02. Esse momento inicia em 1 minuto e 20 segundos e finaliza nos 3 minutos e 40 segundos.	Comentários da pesquisadora que ilustrem as expressões das estudantes diante do momento destacado

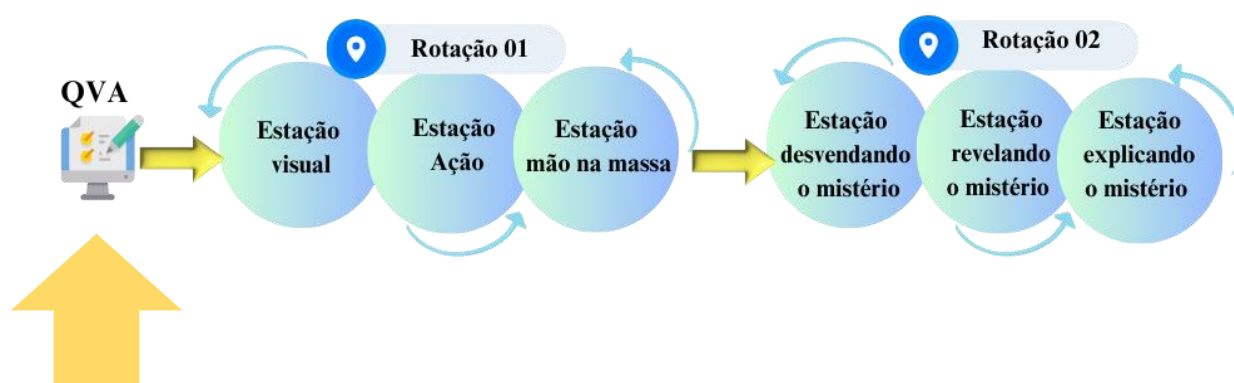
Fonte: A autora

Em seguida analisaremos a trajetória metodológica a partir das categorias descritas a seguir, as quais foram elencadas a partir das premissas de uma abordagem híbrida rotacional, tendo como base Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015), Horn e Staker (2015), Filatro e Cavalcante (2018), García Hoz (2018), Moran (2013). Destarte, após

uma leitura prévia dos documentos coletados, elencamos as seguintes categorias para proceder à nossa análise metodológica pautada nas premissas de um modelo rotacional:

- 01. Ação-reflexão:** envolve a percepção entre articulações interdisciplinares por parte dos estudantes, bem como interações do estudante com aspectos do seu cotidiano.
- 02. Colaboração:** avalia a produção coletiva do conhecimento, com vistas ao processo de realização da atividade em cada estação.
- 03. Personalização:** abrange o processo de construção do conhecimento a partir da oferta de diferentes atividades proporcionadas a partir das estações de aprendizagem.
- 04. Fragilidades metodológicas:** avalia as dificuldades percebidas, no que concerne à proposta metodológica rotacional, envolvendo aspectos como tempo para a troca de estação, alternância de estação e conclusão da ficha de registro.
- 05. Lacunas conceituais:** envolve os casos em que as produções os estudantes apresentavam uma ou mais fragilidades quanto ao conteúdo específico.

4.1 Análise pré-interventiva: respostas ao questionário de verificação anterior à ação (QVA)



Foi aplicado um Questionário de Verificação Anterior à Ação (QVA) disponibilizado no momento que antecede o primeiro encontro da intervenção. A aplicação tinha por objetivo compreender melhor o perfil dos estudantes e prepará-los para o momento da intervenção. Nesse sentido, as perguntas formuladas buscavam mapear aspectos relacionados a utilização de tecnologias, interesses pessoais e percepções sobre a matemática.

Marconi e Lakatos (2003, p. 201) definem questionário como sendo “um instrumento de coleta de dados, constituído por uma série ordenada de perguntas, que

devem ser respondidas por escrito e sem a presença do entrevistador”. Além disso, os autores afirmam que um questionário consegue atingir grande número de pessoas simultaneamente; abrange uma extensa área geográfica; economiza tempo e dinheiro; não exige o treinamento de aplicadores; garante o anonimato dos entrevistados, e com isso maior liberdade e segurança nas respostas; permite que as pessoas o respondam quando entenderem mais conveniente; não expõe o entrevistado à influência do pesquisador; obtém respostas mais rápidas e mais precisas. Concordando com os autores, optamos por aplicar o QVA a partir de uma interface online, através do Google Forms.

O questionário (APÊNDICE A) foi elaborado pela pesquisadora, sendo composto por 07 (sete) questões, das quais 6 (seis) eram objetivas e apenas uma dissertativa. Participaram do QVA 24 estudantes devidamente matriculados no 1º ano do Ensino Médio CODAI. Nesta seção apresentaremos os resultados das estudantes do grupo focal. A seguir, apresentamos uma síntese das perguntas e das respostas obtidas.

A primeira pergunta, "Você possui aparelho de celular?", tinha como objetivo identificar o acesso dos estudantes a dispositivos móveis. Uma uniformidade na posse de celulares, entre todas as estudantes, revela um aspecto crucial da sociedade contemporânea altamente tecnológica (Kenski, 2012). As respostas não apenas destacam a acessibilidade à tecnologia móvel, mas também ressaltam a importância de integrar os dispositivos digitais no contexto educacional. Em um ambiente de aprendizagem híbrido, onde a integração de recursos tecnológicos é fundamental, a posse de celulares oferece flexibilidade para a exploração de novas metodologias de ensino e aprendizagem, facilitando o potencial de educação personalizada (Horn, Staker, 2015).

Com o intuito de conhecer melhor os interesses pessoais das estudantes, a partir de conexões entre o conteúdo a ser ensinado e os temas que poderiam despertar a curiosidade, na segunda pergunta solicitamos que as estudantes listassem cinco coisas que elas gostam. Analisando as preferências variadas das estudantes, percebemos que há uma rica diversidade de interesses e motivações pessoais, desde atividades sociais e esportivas até hobbies artísticos e acadêmicos. Essa variedade destaca a importância de considerarmos, no contexto educacional, a individualidade dos estudantes, desenvolvendo estratégias educacionais personalizadas que possam engajá-los de maneira mais significativa (Hoz, 2018). Nesta pergunta, foi observado que todas as estudantes pontuaram que gostam de ter momentos de conversas com seus amigos, também sugere que estimular a colaboração e interação pode aumentar o interesse pelo conteúdo e promover um ambiente de aprendizagem mais inclusivo.

A terceira pergunta "Você curte muito ficar nas redes sociais? Se sim, quais são as que você mais utiliza?", visava entender a presença das estudantes no ambiente digital e quais plataformas são mais acessadas. As respostas indicam que as redes sociais, como Instagram, WhatsApp, YouTube, TikTok e Twitter, desempenham um papel central em suas vidas. Logo, integrar o uso dessas redes sociais no contexto educacional pode aumentar a relevância das atividades propostas e promover o engajamento dos estudantes (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2018). Diante disso, ao propormos atividades como gravação de podcasts e produção de vídeos explicativos, buscávamos inserir, numa perspectiva educacional, o contexto na qual elas já estavam acostumadas.

Em seguida, a pergunta "De 0 a 10, quanto você gosta de Matemática?" buscava medir o nível de afinidade das estudantes com a disciplina, dado que regularmente a maioria dos estudantes destaca não gostar da matemática. As respostas foram heterogêneas, pois, E1 e E2 mostraram baixo interesse, enquanto E3 e E4 demonstraram forte apreço pela matéria. Esse contraste pode refletir tanto a falta de significados no ensino da matemática, que muitas vezes se resume à memorização de fórmulas (Almeida, 2017), quanto à percepção de que a disciplina não se encaixa na sociedade em que vivem (Silveira, 2022). Para atender a essa diversidade, é essencial adaptar as abordagens pedagógicas, oferecendo um ambiente educacional inovador, personalizado e colaborativo que seja capaz de motivar todos os estudantes, desde os que têm mais facilidade com a matemática até aqueles que enfrentam dificuldades (Moran, 2015).

As próximas perguntas, buscavam explorar a percepção das estudantes quanto a diversidade de estratégias de aprendizagem, além de prepará-las para vivenciar isso, na prática. As perguntas, "Você acredita que há diferentes formas de aprender um conteúdo novo?" e "Você acredita que cada pessoa pode aprender de uma forma diferente?", tiveram respostas afirmativas de todas as participantes, indicando um entendimento inicial de perceber a natureza flexível e adaptável do processo educacional. Para o ensino híbrido, essa visão é fundamental, pois a diversificação de métodos de ensino e aprendizado pode não apenas atender melhor às necessidades individuais, mas também enriquecer a compreensão dos conteúdos (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2018). Dessa forma, ao reconhecer que um conteúdo pode ser assimilado de diferentes formas, os estudantes, a partir de estratégias variadas, podem ser incentivados a explorar essa diversificação para perceber a forma personalizada de sua aprendizagem.

Por fim, a última pergunta "Você aprende melhor quando?", teve como propósito identificar a personalização de aprendizagem de cada estudante, pois, isso seria relevante

ao longo da intervenção. As respostas mostraram preferências que vão desde a aprendizagem individual até o uso de plataformas digitais, como o YouTube, para aprofundamento dos conteúdos. Isso revela que a sala de aula é heterogênea, tornando inviável trabalhar de forma completamente personalizada, considerando o contexto educacional brasileiro. A adoção de metodologias híbridas, portanto, pode proporcionar um alcance maior (Silva, 2017), já que o ensino híbrido permite diferentes perspectivas de aprendizagem de um mesmo tema, assegurando autonomia e colaboração entre os estudantes. Pois, esse modelo destaca os pontos fortes, as necessidades e os interesses de cada aluno, permitindo que eles escolham o que, como, quando e onde aprendem (Horn, Staker, 2015). A Rotação por Estações é uma proposta adequada quando permite o planejamento a partir de tarefas diferenciadas ao longo das estações, possibilitando que as estudantes aprendam de maneira diversificada (Palloff, Pratt, 2004).

4.2 ROTAÇÃO 01

Nesta seção apresentaremos as análises feitas a partir dos vídeos de gravação e das fichas individuais, respeitando a ordem de rotação do grupo. O grupo focal teve a seguinte trajetória interventiva durante a rotação 01 (RE01): *estação visual* -> *estação ação* -> *estação mão na massa*.

Para cada estação, faremos uma análise conceitual, a partir do pensamento algébrico, seguida de uma análise metodológica, a partir das premissas de uma abordagem híbrida rotacional.

4.2.1 Estação visual



PARTE 01: ANÁLISE CONCEITUAL A PARTIR DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

A primeira estação refere-se ao momento em que as estudantes foram apresentadas a uma tarefa envolvendo generalização de padrões de uma sequência figural. Uma vez que este momento foi destinado à abordagem conceitual, a tarefa tinha por objetivo encontrar os termos próximos e distantes da sequência, e a depender da estratégia utilizada pelos estudantes, o desenvolvimento do pensamento algébrico. Diante disso, as tarefas da primeira rotação visam possibilitar o conhecimento do padrão existente nas sequências e a relação entre as grandezas existentes (posição e quantidade). À medida que as discussões foram se intensificando, as estudantes se envolveram de forma colaborativa e personalizada, resultando em momentos relevantes, dentre os quais, chamaremos de episódios. A figura a seguir refere-se à tarefa aplicada nesta estação:

Figura 12: Tarefa da estação visual

Vamos começar o desafio da estação visual?

1º passo: Observando a sequência abaixo você deve descobrir o **4º termo**, **5º termo** e o **20º termo** desta sequência.



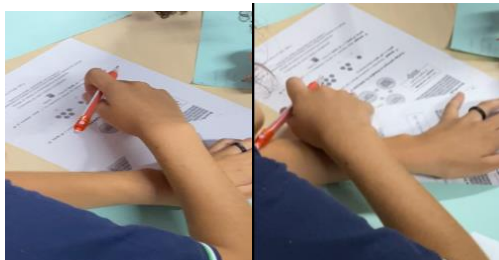
2º passo: Após descobrir os termos solicitados no 1º passo, desenhe os **4º termos**, **5º termo** e o **15º termo** na folha de respostas.

Fonte: acervo da pesquisa

Durante o período da primeira estação de aprendizagem, as alunas enfrentam certa dificuldade inicial, haja vista ser este o primeiro contato com a metodologia híbrida rotacional e com a forma como a sequência numérica foi apresentada (de maneira figurativa). Por isso, foi necessária a condução de uma conversa introdutória, na qual se explanou sobre a finalidade da tarefa proposta e sobre a utilização de fórmulas matemáticas, destacando que não era compulsório para a resolução, incentivando-as a responder com a estratégia que melhor lhes conviesse. A partir desse contexto, os

estudantes conseguiram, com êxito, dar início à discussão. No Quadro 11 apresentamos a síntese dessa discussão, destacando os momentos salientes.

Quadro 11: Primeiro episódio da estação visual

Nº da fala	Episódio 1 RT01E01V02 (3''— 45'')	Comentários interpretativos
1	Pesquisadora: Meninas, fiquem à vontade nas respostas. Olhem detalhadamente o problema e tentem não se prender às fórmulas.	
5	E4: Mas não tem como fazer se não lembrar da fórmula da PA.	A estudante estava mostrando preocupação por não lembrar a fórmula da Progressão Aritmética (PA) e acreditava que sem ela não conseguiria desenvolver o problema.
8	Pesquisadora: Olhem os detalhes da sequência. Um passo de cada vez. Encontrem o 4º termo, o 5º, e analisem.	A pesquisadora precisou direcionar os olhares das estudantes para os termos da sequência, uma vez que ainda estavam se perdendo muito ao buscar uma fórmula.
10	E1: Eu já percebi que aumenta de 2 em 2 bolinhas de um para outro. Olha, do segundo para o terceiro. É só ir contando até encontrar os outros. 	Até esse momento ela permanecia em silêncio apenas olhando a sequência e sua fala demonstra o momento exato em que ela percebeu um padrão entre os termos.
14	E1: Vejam, aumenta uma bolinha em cima e outra na parte inferior.	

Fonte: acervo da pesquisa (transcrição dos áudios)

Logo de início, E4, ao olhar a sequência, questionou como conseguiria encontrar os próximos termos sem fazer uso da fórmula da Progressão Aritmética (PA). A fala da estudante é considerada pertinente uma vez que, durante o período de observação das aulas que antecederam a intervenção, percebemos que grande parte do conteúdo eram ensinados de forma mecanizada; ou seja, o professor apresentava um problema cotidiano e solucionar esse problema fazendo o uso da “nova fórmula” matemática, e os estudantes copiavam e refaziam mais exemplos semelhantes com o objetivo de praticar o conteúdo ensinado recentemente pelo professor. Evidenciando o que Almeida (2017) expõe sobre o ensino da álgebra no Brasil, em que as práticas tradicionais de ensino elevam o transformismo algébrico, tornando-o este campo da matemática, muitas vezes, descontextualizado e sem sentido,

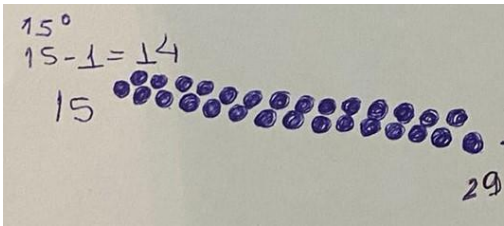
Após alguns segundos, E1 (fala nº10) apontou para os termos e percebeu que de um termo para outro aumentavam 2 bolinhas. Nesse momento ela faz gestos ritmados com sua fala, apontando para os termos da sequência crescentemente (do primeiro termo para o último). Outrossim, quando ao final ela conclui “*é só ir contando para encontrar os próximos*” podemos perceber que ela está direcionando suas análises ao ato de somar dois de um termo para outro.

Na perspectiva de Radford (2006) a estudante percebe uma generalização local, observada a partir da semelhança em alguns números, contudo isso não poderá ser utilizado como expressão para determinar qualquer termo da sequência, logo é uma generalização aritmética. Seguindo por essa mesma concepção, Gomes (2020) expõe que o uso da estratégia de contagem na tentativa de descobrir o “indeterminado”, não dá indícios da analiticidade e do caráter dedutivo.

Em seguida, a estudante explica (fala nº14) que aumentava 2 bolinhas porquê, de um termo para outro, a quantidade de bolinhas aumenta uma unidade na linha superior e uma unidade na linha inferior. Contudo, a observação da estudante não se converte em hipótese que determine quaisquer termos da sequência, ou seja, a estudante não consegue deduzir a fórmula correspondente ao termo geral da sequência. (Radford, 2013a; Silva, 2021).

Quadro 12: Segundo episódio da estação visual

Nº da fala	Episódio 2 RT01E01V03 (44''— 1'02'')	Comentários interpretativos
17	E3: É simples, a relação é essas bolinhas vejam só, olhem o número de baixo. 	Ao perceber que a linha de baixo do termo tinha a quantidade equivalente ao número do termo, ela explica as outras colegas,
19	E4: Se a gente somar de 2 em 2 vai dar o resultado. Vamos contar para não se perder. 	Nesse momento E4, E1, e E2 se uniram com o propósito de contar a quantidade de bolinhas no termo. A E3 não fez parte desse momento porque estava usando o princípio que havia percebido.
21	E3: O padrão é essas bolinhas. Vejam, aqui na parte de baixo é 15 e em cima é 15-1. A linha de baixo será o número que está aqui embaixo, na ordem, e a linha de cima será a linha de baixo menos um.	Ela primeiro confirma sua primícia para números e logo em seguida generaliza. Ou seja, primeiro trabalhou com algo concreto, e posteriormente o abstrato.
23	Pesquisadora: Que tal desenhar para as meninas visualizarem?	A observação da pesquisadora foi incentivada pelos olhares perdidos das outras estudantes.

24	E3: Vou desenhar o 15º termo. 	Percebe-se que ela conta a quantidade de bolinhas separadas por linhas.
----	---	---

Fonte: acervo da pesquisa (transcrição dos áudios)

Após alguns minutos de discussão, E3 (que permanecia em silêncio até o momento, e traçava suas estratégias de resolução individualmente) faz uma observação relacionando o número posicional do termo e a quantidade de bolinhas na parte de baixo do termo (fala nº 21, evidenciada a partir do desenho da fala nº 24). Neste momento as outras integrantes do grupo começam a questionar a veracidade da afirmação de E3, e é neste momento que ela desenha o termo 15 da sequência, como mostra a figura inserida na tabela 2 na fala nº 24, como forma de transformar seu esquema em ação concreta (Radford, 2018b). Uma vez que no problema era solicitado apenas termos próximos, a estudante validou sua abordagem por meio de números, ao invés de articular a explicação por meio da linguagem alfanumérica.

Segundo Radford (2014, p.263), para ultrapassar as limitações do pensamento aritmético por meio da generalização de padrões em sequências figurativas “é preciso compreender uma regularidade que envolve a ligação de duas estruturas diferentes: uma espacial e outra numérica”. Nesse sentido, percebemos que a E3 começou suas análises observando a estrutura espacial da sequência, envolvendo uma relação entre a posição, a forma como as bolinhas se organiza, e a quantidade de bolinhas de cada termo. Logo, ela consegue, ao que tudo indica, ultrapassar os limites entre o pensamento aritmético e o algébrico.

Podemos perceber evidências disto através da fala de nº21, em que a estudante observa a sequência exposta e analisa de maneira espacial termo a termo, e logo sem seguida torna a hipótese como premissa e designa a quantidade de bolinhas do termo 15, como sendo 15 (a quantidade da linha inferior) + (15-1) (a quantidade de bolinhas da linha superior), totalizando a 29 bolinhas, concluindo a quantidade correta da figura na posição 15º. Ao que parece, diante desse procedimento, a estudante apresenta

características de uma generalização algébrica, uma vez que ela utiliza a premissa de olhar a figura como sendo a soma da linha inferior com a linha superior como sendo um princípio assumido para dedução de uma fórmula, de modo que a característica comum é convertida em hipótese (Radford, 2013a; Silva, 2021).

Nesse sentido, observamos que a fórmula deduzida por E3 é uma descrição espacial da figura (Vergel, 2015b). Quanto aos elementos caracterizadores do pensamento algébrico, percebem-se evidências que a indeterminação é revelada a partir do momento que a estudante relaciona a figura a partir da relação que percebe entre o número de ordem e a quantidade de bolinhas da linha inferior e denota isso como sendo “*o número que está embaixo*” e a partir desse processo consegue estabelecer relação entre os termos da sequência exposta e ir além, conseguindo trabalhar com os termos de forma analítica, indicando a evidência do pensamento algébrico (Radford, 2009, 2010a).

PARTE 02: ANÁLISE A PARTIR DAS PREMISSAS METODOLÓGICAS

Quanto à trajetória de E1 na primeira estação, inicialmente, percebemos dificuldades para resolver o problema de maneira individual, indicando assim uma ação limitada, contudo, sua reflexão e pensamento crítico foram desencadeados através da colaboração com E4, que instiga a estudante a participar conjuntamente das discussões coletivas e a partir disso ela demonstra se apropriar do conteúdo enquanto faz ponderações durante a interação. Segundo Filatro e Cavalcante (2022), isso demonstra a importância do diálogo e da reflexão coletiva no processo de aprendizagem de E1, além disso, é possível inferir que, de fato, que a colaboração foi um elemento pertinente em uma atividade rotacional (Horn, Staker, 2015).

No entanto, E1 demonstra uma certa dependência das colegas em alguns momentos da discussão, quando se torna passiva em relação a algumas estratégias de resolução e passa apenas a aceitar o que as outras estudantes falam. Dessa forma, a estudante apresentou uma fragilidade na promoção de sua autonomia nessa estação, um aspecto considerado essencial para personalização dos processos de ensino e aprendizagem (Bacich; Neto; Trevisani, 2015).

O comportamento da estudante sugere a presença de fragilidades metodológicas, uma vez que sua dependência por interações mais significativas para avançar sugere que seu caminho de aprendizado foi delineado por contribuições com suas colegas. Tais casos destacam a importância da mediação do professor, acompanhando e incentivando a

participação ativa do estudante, os quais podem apresentar dificuldades em iniciar ou progredir na atividade de forma autônoma. No decorrer da discussão, E1 também enfrentou dificuldades conceituais ao não conseguir interpretar a sequência formada pela quantidade de bolinhas. Contudo, através do diálogo e da colaboração com as colegas, ela começou a superar essa lacuna, demonstrando a importância do suporte entre pares para o fechamento dessas brechas no entendimento (Bacich; Neto; Trevisani, 2015).

E2 apresentou uma evolução significativa em sua capacidade de ação-reflexão durante a primeira estação. Inicialmente dependente de fórmulas, a intervenção de E3 a ajudou a adotar uma abordagem mais conceitual, mostrando uma transição do aprendizado mecânico para um entendimento mais profundo. Esse progresso culminou na sua capacidade de explicar o conceito a outra colega de forma colaborativa, indicando uma reflexão efetiva sobre o material aprendido (Filatro, Cavalcante, 2022).

E2 participou ativamente das discussões do grupo e sua contribuição se tornou mais significativa ao explicar conceitos para uma de suas colegas (E1), destacando a importância da interação para seu desenvolvimento. A abordagem de E2 em relação à tarefa, especialmente a mudança do foco de fórmulas para interpretação conceitual, nos aponta benefícios no processo de aprendizagem personalizado, ajustando à sua necessidade de entender os conceitos de maneira mais intuitiva e menos mecânica (Almeida, 2017). Não foram observadas fragilidades metodológicas significativas, pois E1 completou as tarefas no tempo estipulado e registrou suas atividades adequadamente, sugerindo uma metodologia de aprendizagem eficaz.

No entanto, sua tendência a aceitar comentários sem os questionar nos aponta uma lacuna em seu pensamento crítico e uma necessidade de desenvolver uma compreensão conceitual mais independente. Assim, consideramos que a estudante pode ter perdido uma oportunidade de desenvolver seu pensamento crítico e sua capacidade de avaliar e analisar informações de forma independente. Numa perspectiva metodológica, um dos aspectos primordiais da rotação por estação é enfatizar a importância da reflexão, do debate e do questionamento como meios de aprofundar a compreensão e promover a autonomia de estudantes no processo de aprendizagem (Filatro; Cavalcante, 2022)

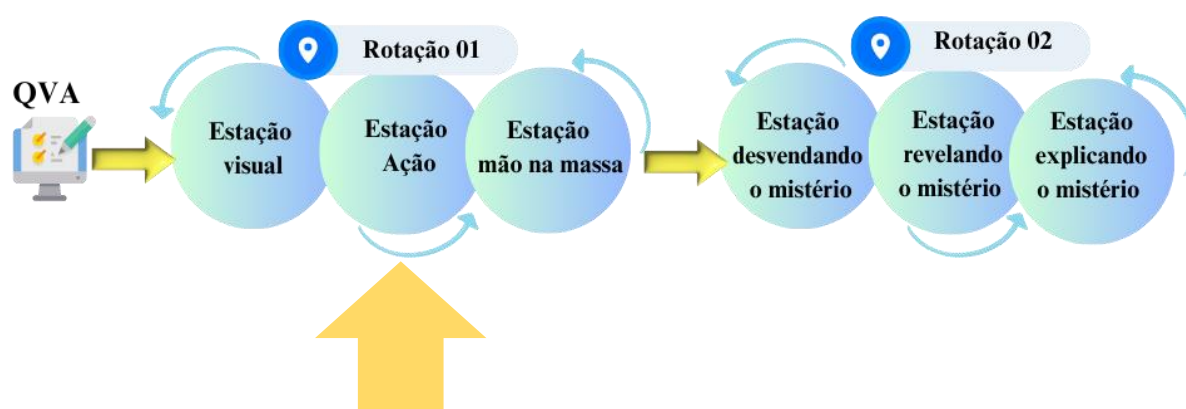
E3 iniciou a atividade de forma reflexiva, observando atentamente a sequência e tentando escrever algo referente aos termos envolvidos. Essa reflexão foi importante para a resolução da atividade, pois a partir disso percebeu a relação entre o valor posicional do termo e a quantidade de bolinhas em cada termo, isso foi evidenciado a partir da sua primeira inferência, *“Pessoal, não é necessário descobrir a fórmula para conseguir*

resolver isso”. Embora E3 tenha começado a atividade de forma individual, ela posteriormente interagiu com as colegas, compartilhando suas percepções e contribuindo para a resolução coletiva do problema, entendendo que o processo de colaboração também é considerado importante para a resolução de um problema (Bacich; Tanzi Neto; Trevisani, 2015).

Esse comportamento da estudante sugere um alto nível de envolvimento em relação aos atos de agir e refletir simultaneamente e, em seguida, na busca pela compreensão profunda do problema. De acordo com Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015), refere-se a uma pessoa que consegue, dentro de uma abordagem híbrida, percorrer um caminho que favoreça tanto a personalização, quanto a colaboração eficiente. Não foram identificadas fragilidades metodológicas significativas no comportamento de E3 nesta estação. Pelo contrário, ela demonstrou compreender a proposta de rotação entre as estações e seguiu uma abordagem metodológica organizada e eficaz para resolver o problema.

Também não foram evidenciadas lacunas conceituais no comportamento de E3, uma vez que sua capacidade de observar e inferir relações entre os termos da sequência, além de reconhecer a importância do valor posicional, reflete um pensamento crítico aguçado e uma compreensão abrangente dos conceitos matemáticos envolvidos, de modo que ela consegue percorrer um caminho em direção à generalização algébrica (Radford, 2013). A estudante demonstrou um desempenho satisfatório na primeira estação, se destacando por sua abordagem reflexiva, colaborativa e personalizada para resolver o problema. Sua compreensão profunda dos conceitos e sua habilidade em conectar e analisar os elementos da sequência foram essenciais para o sucesso do grupo na atividade.

4.2.2 Estação ação (RE01)



PARTE 01: ANÁLISE CONCEITUAL A PARTIR DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Após passar 30 minutos na estação anterior, as estudantes se deslocaram para estação ação. Neste momento elas precisaram responder uma tarefa de generalização de padrões por meio de uma sequência numérica. Assim como a tarefa anterior, elas tinham por objetivo encontrar os termos próximos e distantes, e partir das estratégias utilizadas, desenvolver o pensamento algébrico. A figura abaixo refere-se a tarefa aplicada nesta estação:

Figura 13: Tarefa da estação ação

Vamos começar o desafio da estação ação?

1º passo: Observando a sequência abaixo vocês devem descobrir o **5º termo**, **6º termo** e o **20º termo** desta sequência.

2, 5, 8, 11...

2º passo: Após descobrir, escreva na sua folha de respostas o passo a passo de como chegou aos termos no 1º passo.

Fonte: acervo da pesquisa

Uma vez que as estudantes já estavam familiarizadas com a metodologia e com o conteúdo, elas conseguiram iniciar a discussão em torno do problema de forma mais rápida.

Quadro 13: Primeiro episódio da estação ação

Nº da fala	Episódio 1 RT01E02V03(05''— 1'06'')	Comentários interpretativos
2	E4: Já percebi que a razão dessa é três. Vamos fazer pela fórmula da PA mesmo.	
3	Pesquisadora: Por que razão é três?	A ideia era instigar a percepção das estudantes de modo que elas não reduzissem o raciocínio a utilização de uma fórmula

4	E3: Porque de um para o outro aumentou 3. Vê, do 2 para o 5 aumentou 3, do 5 para o 8 também aumentou 3. Então sempre podemos aumentar 3 para descobrir o que vem depois.	A aluna justifica sua premissa observando o número que aumenta de um termo para outro em ordem crescente.
5	Pesquisadora: E se por acaso vocês quisessem o termo anterior, se ele não estivesse exposto, como iam saber?	Instigando a justificativa
6	E2: Só subtrair 3. Se para a frente aumenta 3, para trás diminui 3.	Ela olha a sequência como um conjunto de números que estão dispostos de maneira crescente.
10	E1: o 5º termo é suave, o 20º a gente coloca na fórmula. O 5º termo é só ir somando 3 de acordo com o 4º termo.	Ela percebe que usando a lógica de somar 3 unidades de um número para outro consegue descobrir o 5º termo, mas acredita que para números distantes é necessária uma fórmula.
14	E3: Quero ver se consigo fazer sem a fórmula. <i>(nesse momento ela se concentra e permanece observando a sequência individualmente, em silêncio)</i> 	A estudante faz menção a tarefa anterior, em que conseguiu responder sem fazer o uso da fórmula e acredita que essa também pode ser pelo mesmo caminho.
25	E3: A outra não precisava da fórmula, essa precisa. Vou fazer como vocês.	Por não conseguir sozinha e perceber que as colegas do grupo já haviam começado a resolução utilizando a fórmula da PA, ela para suas reflexões e resolve com a utilização das fórmulas.

Fonte: acervo da pesquisa (transcrição dos áudios)

De maneira distinta da tarefa anterior, nesta estação as estudantes não conseguiram mobilizar os três elementos caracterizadores do pensamento algébrico, uma

vez que se apegaram à fórmula da progressão aritmética para responder. Contudo, podemos perceber a presença da indeterminação na discussão realizada, principalmente na fala de E4 (fala $n^{\circ}4$), quando a estudante se refere ao termo indeterminado como um termo que será descoberto sempre que aumentar três unidades.

Nesse momento, a pesquisadora instiga as estudantes a pensar sem fazer o uso da fórmula, apenas analisando as propriedades da sequência. A fala de E3 ($n^{\circ}4$) e posteriormente a de E2 ($n^{\circ}6$) destaca que as estudantes conseguem perceber que, de uma forma crescente, de um termo para outro aumenta três unidades e, de forma decrescente, subtrai-se três unidades. Contudo, essa hipótese não faz com que elas consigam deduzir uma fórmula algébrica capaz de determinar os próximos termos da sequência como solicitado na tarefa (Radford, 2013a).

Além disso, a fala de E1 (fala $n^{\circ}10$) sugere indícios do pensamento aritmético, à medida que ela está recorrendo a um raciocínio recursivo, indicando que para cada termo da sequência ela adiciona três unidades para descobrir o próximo. (Radford, 2018). Podemos perceber isto, quando ela exemplifica a hipótese para o 5º termo, argumentando ser fácil de encontrar porque basta adicionar 3 ao 4º termo. Contudo, como esse pensamento não pode ser considerado uma generalização algébrica capaz de descobrir qualquer outro termo, inclusive os distantes, ela argumenta que o 20º termo deve ser encontrado a partir de uma fórmula já conhecida pelas estudantes.

Portanto, concluímos que na tarefa da estação E2 as estudantes apresentam indicadores do pensamento aritmético (Radford, 2013a, 2018), uma vez que somam de três em três para encontrar os termos mais próximos da sequência e faz o uso da fórmula da progressão aritmética para descobrir os que estão mais distantes. Na perspectiva de Almeida (2017) essa situação pode ser consequência do fato de que a álgebra tem sido ensinada muitas vezes como um processo mecânico baseado em manipulações de fórmulas e técnicas, elevando o transformismo algébrico tornando assim o processo de ensino-aprendizagem sem significado.

Diante disso, é perceptível que essa forma mecanizada da álgebra ser vista não atende as condições de todos os estudantes, como percebemos na fala e na postura de E3 ($n^{\circ}14$) que relembra a atividade proposta na estação anterior, vislumbra, ações e justificativas na intenção de conseguir encontrar os termos solicitados na tarefa, sem fazer uso da fórmula da progressão aritmética, mas percorrendo um caminho de reflexões significativas que ultrapassam o pensamento aritmético e até mesmo, o uso de fórmulas sem reconhecer o seu significado.

PARTE 02: ANÁLISE A PARTIR DAS PREMISSAS METODOLÓGICAS

No tocante à estação “ação”, é necessário pontuar que, mesmo em grupo, nesse momento, as estudantes E1 e E2 realizaram juntas o caminhar. Inicialmente, a abordagem das estudantes em relação à atividade é marcada por uma tendência a acelerar o processo de resolução sem dedicar tempo suficiente à reflexão sobre os passos envolvidos, e focaram em aplicar uma fórmula memorizada ao invés de entender profundamente o conceito por trás da questão. Tal comportamento contrapõe uma aprendizagem mais reflexiva, comprometendo a reflexão e a personalização do aprendizado.

Em relação à categoria personalização, as estudantes não percorreram caminhos de aprendizado que respeitassem suas individualidades. Isso ficou demonstrado quando elas se apressaram em aplicar uma fórmula memorizada para resolver o problema, sem entender profundamente os conceitos subjacentes. O foco excessivo na abordagem numérica e na aplicação de fórmulas pode ter limitado a capacidade da estudante de desenvolver uma compreensão conceitual mais profunda e significativa e conseguir desenvolver a generalização algébrica, que vai além do limite prático da abordagem passo a passo e de aplicação de fórmulas (Radford, 2013).

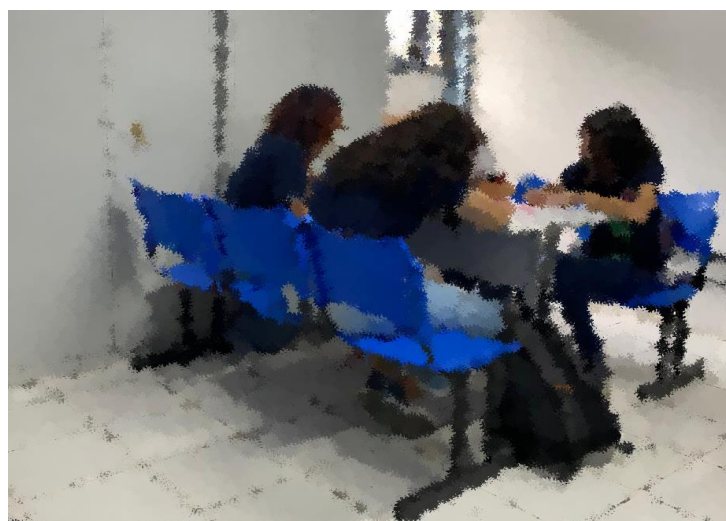
Pode-se destacar também que esse comportamento das estudantes aponta para uma fragilidade metodológica na estação “ação”, onde o foco esteve somente na obtenção de uma resposta rápida em vez de promover um entendimento aprofundado (individual e coletivo), o que levou também para lacunas na compreensão do conteúdo por parte das estudantes, que persistiram em permanecer juntas nesse momento, focando, nesse sentido, em menos aspectos reflexivos e mais focadas em resultados imediatos.

A estudante E3, em uma tentativa inicial de interpretar a sequência além das fórmulas matemáticas, refletiu sobre os termos, buscando um significado para a organização dos elementos. No entanto, sua preocupação com o tempo e o desejo de seguir o ritmo das colegas acabaram por influenciar sua decisão de abandonar essas reflexões e adotar a abordagem mais rápida e direta, e optou pela utilização da fórmula a progressão aritmética. Na perspectiva de Bacich, Tanzi Neto, Trevisani (2015) a capacidade da estudante adaptar-se às demandas da situação demonstra uma abordagem personalizada para resolver problemas. Contudo, acreditamos que essa busca pela solução rápida pode favorecer o imediatismo, ocasionando uma aprendizagem falha, baseada

apenas em manipulações sem significados (Almeida, 2017).

Na perspectiva de Bacich, Neto e Trevisani (2015), a estudante demonstrou capacidade de adaptação e colaboração, mas também evidenciou uma fragilidade metodológica ao abandonar suas reflexões iniciais em favor de uma abordagem mais direta e superficial para resolver o problema, influenciada principalmente pela pressão do tempo e pelo ritmo das colegas. Sua habilidade de aplicar conceitos matemáticos de forma eficaz demonstra um bom domínio conceitual, mas sua propensão a se deixar influenciar pelo ritmo do grupo pode ser um aspecto a ser mais bem trabalhado na mediação pedagógica.

Figura 14: Grupo focal na estação ação



Fonte: Acervo da pesquisa

4.2.3 Estação mão na massa (RE01)



PARTE 01: ANÁLISE CONCEITUAL A PARTIR DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Na estação mão na massa as estudantes continuaram trabalhando com a generalização de padrões a partir de uma sequência, mais uma vez, do tipo figural. Neste momento, elas tinham por objetivo encontrar o 10º termo da sequência, além disso, explicar em formato de um podcast como esse termo foi encontrado. Na perspectiva de Radford (2003), um estudante na busca de explicar seu raciocínio objetiva seu pensamento. Em outras palavras, isto ajuda o estudante a tornar suas ideias mais claras e visíveis ao lidar com o problema, e a depender dos caminhos percorridos, desenvolver o pensamento algébrico. Diante disso, apresentamos na figura 14 a tarefa aplicada aos estudantes:

Figura 15: Tarefa da estação mão na massa

Vamos começar o desafio da estação mão na massa?

1º passo: Observando a sequência abaixo, descubra o 10º termo.



2º passo: Depois de descobrir o 10º termo, o seu grupo de trabalho deverá escolher um estudante para gravar um podcast, explicando como conseguiram encontrar os termos do 1º passo. Organize o conteúdo a gravar com seu grupo, e em seguida chame o monitor para auxiliar no processo de gravação. Vocês terão à disposição os equipamentos e a assistência necessária para gravação do seu podcast!

Fonte: Acervo da pesquisa

Nessa estação as estudantes apresentaram um pouco de dificuldade e levaram mais tempo para conseguir encontrar o padrão da sequência que determinasse o termo solicitado. Elas iniciaram a discussão por tentativa e erro, testando hipóteses que utilizaram nas duas sequências anteriores. Contudo, à medida que interagiam para conseguir resolver a tarefa, elas utilizavam estratégias observando o 2º e 3º termo da sequência. Neste momento, a partir interferência da pesquisadora questionando o motivo pelo qual elas estavam analisando desta forma, uma das estudantes afirmou que estavam

analisando esses termos, dado que, não conseguiram identificar nenhum padrão que pudesse ser aplicado a todos os termos e que iriam observar separadamente para posteriormente testar em todos os termos.

Na perspectiva de Radford (2018b) esse movimento é oriundo do fato da percepção em relação a uma generalização não se apresentar, muitas vezes, diretamente a nós, mas de forma complementar, até conseguirmos ter visão do todo. Dessa forma, o comportamento inicial das estudantes diante da sequência sugere que elas estão percorrendo um caminho em direção a uma generalização. A seguir apresentamos o quadro referente ao primeiro episódio da estação.

Quadro 14: Primeiro episódio da estação mão na massa

Nº da fala	Episódio 1 RT01E03V01 (09''— 55'')	Comentários interpretativos
3	E2: O terceiro é 2 vezes o segundo. 	A estudante faz o movimento pulando os dedos entre o terceiro e segundo termo.
4	E1: Não é não, porque o terceiro tem 9 triângulos, se fosse assim teria que ter 8. 	A estudante percebeu que a hipótese de E2 não fazia sentido, logo foi contar os triângulos.

6	E2: Então é 2 vezes o anterior mais 1.	Porque percebeu que para atingir sua hipótese precisava somar um.
10	E4: Minha gente, mas a regra tem que valer para todos. 	A estudante dá ênfase em apontar como “regra”.
13	E4: Gente, é 3 vezes 3. Vamos contar. Dá 9. E esse aqui é 2 vezes 2 (apontando para o 2º termo da sequência)	Supondo a sua hipótese e já confirma por meio da contagem

Fonte: acervo da pesquisa (transcrição dos áudios)

À medida que as estudantes não conseguem identificar a razão (o valor que soma de um termo para outro), elas fazem suposições na tentativa de relacionar o termo anterior com o próximo de alguma forma, percebemos isso a partir da fala e dos movimentos realizados por E2 (fala nº3). Contudo, E1 (fala nº4) constata que a hipótese estava errada e rapidamente E2 apresenta outra estratégia na intenção de justificar o que acontece entre o 2º e o 3º termo (fala nº6).

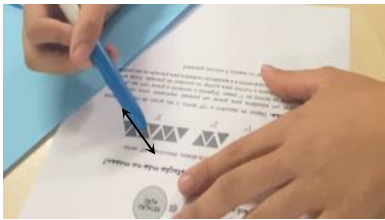
Enquanto E2 e E1 discutiam suas hipóteses, E4 ainda permanecia em silêncio observando a discussão das meninas e a sequência. Nesse momento ao perceber que elas estavam focando em apenas dois termos da sequência, ao invés dos três que foram disponibilizados, ela faz uma interferência, apontando para os termos, como forma de concretizar seu pensamento, e afirma que a justificativa deve valer para todos os termos daquela sequência (fala nº10) e não apenas para um ou dois.

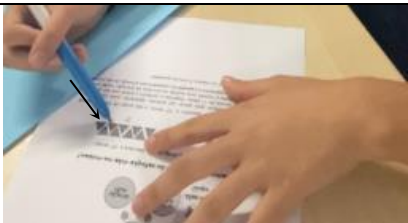
A fala de E4 caracteriza funções generativas da linguagem, uma vez que torna possível descrever procedimentos que podem ser realizados de maneira imaginada (RADFORD, 2018). Pois, no momento em que ela externaliza sua percepção em relação à hipótese apresentada anteriormente por E1 e E2, indicando que o esquema que elas estavam pensando era limitante apenas a dois termos, ela passa a traçar estratégias que

pudessem ser, de fato, verdadeiras para todos os termos. Podemos observar isto a partir da fala nº13, na qual a estudante E4 apresenta sua hipótese comprovando que vale para o 2º e 3º termo.

Contudo, é possível que o esquema oralizado e desenhado por E4 não demonstre claramente a relação entre o valor posicional e a quantidade de elementos, o que pode deixar as outras integrantes do grupo ainda com algumas dúvidas em relação à hipótese da estudante. Por consequência, elas tentam formular novas estratégias analisando a mudança que ocorre de um termo para outro, dessa vez, observando a figura de modo espacial, como foi realizado na primeira estação. A seguir, no Quadro 15 apresentamos o trecho da discussão onde as estudantes analisam a estratégia de E3 (fala nº29).

Quadro 15: Segundo episódio da estação mão na massa

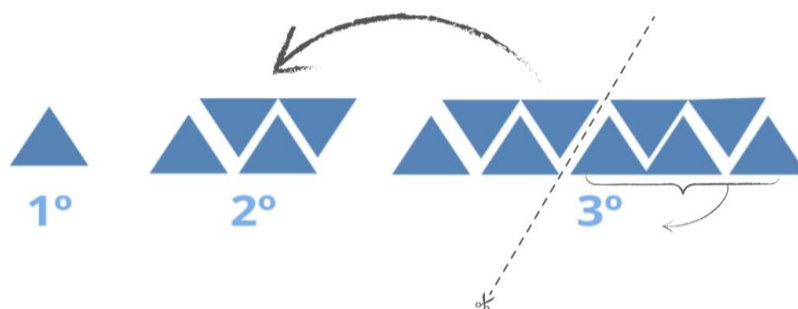
Nº da fala	Episódio 2 RT01E03V02(03''— 30'')	Comentários interpretativos
29	E3: Vamos dividir a figura formada pelo 3º termo. Vamos fazer um corte em que tiramos a figura formada pela quantidade de triângulos que têm no 2º termo (<i>figura do lado esquerdo</i>). Agora observa que ficou 3 triângulos na parte de baixo dessa parte que estamos analisando separadamente, o que significa o 3º termo (linha inferior) + 2 (linha superior) porque a linha de cima é a de baixo menos 1. 	A estudante faz o movimento como se estivesse cortando a figura ao meio.

		
30	E4: Não concordo, porque tem que valer para todos os termos e não está valendo para o primeiro e o segundo. Não faz sentido nenhum isso.	Nesse momento ela aponta para o primeiro termo e testa a hipótese de E3
31	E1: Dessa forma tu ia ter que sempre descobrir o que vem antes. E a gente tem que pensar algo que não precise do anterior, porque já percebemos que não vale assim. Tem que ser para todos.	

Fonte: acervo da pesquisa (transcrição dos áudios)

A fala de E3 (nº29) demonstra que a estudante faz os esquemas de resolução apenas observando a estrutura espacial do termo. Isto sugere que a estudante traz consigo hipóteses realizadas na primeira estação, quando a partir da estratégia de analisar os termos da sequência de forma espacial conseguiu solucionar o problema (podemos observar no quadro 19 fala nº 17), indicando que, para ela, essa pode ser uma forma de conseguir solucionar problemas como esses. A figura 16 retrata a estratégia de resolução utilizada pela E3.

Figura 16: Estratégia da E3



Fonte: A autora

Porém, uma vez que ela se prende a essa maneira de observar os termos da sequência e não consegue compreender a regularidade que existe entre o valor posicional

e o numérico, ela não consegue ultrapassar os limites entre o pensamento aritmético e o algébrico (Radford, 2014; Vergel, 2015b). O argumento é reforçado quando a estudante “descarta” o primeiro corte da figura, e analisa a outra parte, relacionando a quantidade de triângulos que tem na linha inferior com a quantidade da linha superior (retomando o raciocínio que ela faz na primeira estação, como podemos ver no quadro 19, fala nº21).

Na intenção de constatar a veracidade da hipótese de E3, E4(fala nº30) utiliza o argumento da colega no 1º e 2º termo, e percebe que a regra não se aplica. Pois, quando ela “retira” um triângulo (equivalente ao 1º termo) do 2º termo, não necessariamente a relação entre os triângulos que restam obedecem à lógica de E3. Por exemplo, se retirarmos um triângulo da linha inferior, ficaremos com dois triângulos na linha superior mais um na linha inferior, falhando assim a hipótese de E3 em que afirma que o número da linha superior é a linha inferior menos um. A figura 17 apresenta o relato do que foi feito por E4.

Figura 17: Estratégia da estudante E4



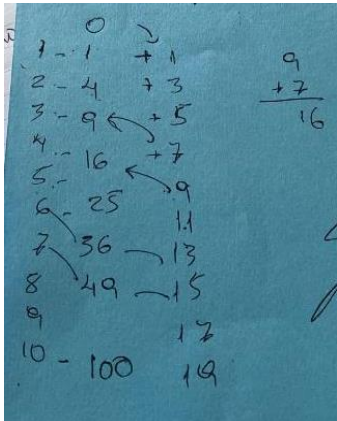
Fonte: A autora

Em seguida, E2, que até o momento observava atentamente a discussão e a sequência, evidencia os primeiros momentos salientes que dão indícios do pensamento algébrico. Pois, assim como E4(quadro 21, fala nº10), E1(nº 31) ao afirmar “*tem que ser para todos*” caracteriza a presença de funções generativas de linguagens, quando descreve o procedimento a partir de uma percepção imaginada (Radford, 2018).

Ou seja, mesmo o problema se referindo a termos próximos, a estudante já articula sua explicação, demonstrando a compreensão da sequência não apenas com termos finitos, mas de uma maneira mais abstrata, com termos infinitos. O uso da palavra “todos” se refere ao valor posicional do termo da sequência e expressa o fenômeno da generalização. Esse modo de explicar destaca um novo movimento do pensamento, em que palavras contextuais explicam a relação entre grandezas envolvidas, mesmo que a estudante ainda não esteja totalmente inserida no campo do pensamento algébrico. (Radford, 2018; 2021b; Romeiro, 2021; Romeiro,2023).

A partir dessa discussão, as estudantes começaram a articular estratégias observando a sequência como um todo, ao invés de continuar a observação de apenas um ou dois termos.

Quadro 16: Terceiro episódio da estação mão na massa

Nº da fala	Episódio 3 RT01E03V03(10''— 1'45'')	Comentários
38	E4: Do primeiro para o segundo adicionou 3, do segundo para o terceiro adiciona 5 e depois mais 7 e aí começa tudo novamente.	Nesse momento as estudantes tentavam descobrir uma razão para a sequência
40	Pesquisadora: E como vocês explicam esse 1º termo?	Verifica a hipótese das estudantes
42	E4: Começa com o primeiro ímpar.	Nesse momento a estudante demorou um pouco para responder, ela mostrou bastante inquietação antes de responder. E ao falar “somamos zero” não demonstrou certeza em sua resposta.
48	E2: Gente, é o número vezes ele mesmo.	A estudante faz menção à hipótese formulada pela própria E4 logo no início da discussão (quadro 21, fala nº13).
47	E4: Vamos somar o 4º termo com 9. 16 mais 9, 25. Meu Deus, é realmente, o número vezes ele mesmo. 	Nesse momento, a estudante estava verificando a sua nova hipótese de somar números ímpares nos termos anteriores para descobrir os próximos, e no mesmo instante relacionou o número 25 com o número de ordem 5.

50	E1: A gente só conseguiu perceber isso depois de ter feito vários.	
51	E4: Mas eu já tinha falado no início que era o número da ordem vezes ele mesmo. Esse era o padrão e assim a gente acha o décimo termo.	
53	E1: Mas será que está certo?	
54	E2: Acho que sim porque vale para todos os itens que a gente tem aqui.	

Fonte: acervo da pesquisa (transcrição dos áudios)

E4 (fala nº38) formulava estratégias na tentativa de encontrar a razão da sequência (ou seja, o número natural que poderia ser somado de um termo para outro) e a partir disso ela evidenciou um novo esquema de resolução, que consistia em somar números ímpares de forma crescente nos termos anteriores. Como, por exemplo, o 2º termo seria, 1 (1º termo) + 3 (1º ímpar considerado pelas estudantes) = 4 . Nesse sentido, a fala da pesquisadora (fala nº40) indaga como elas explicariam o 1º termo, uma vez que não haveria nenhum número ímpar para ser somado. Foi nesse instante que a estudante parou um pouco a discussão, observou por uns 2 minutos em silêncio, e afirmou que o 1º termo seria o primeiro número ímpar, ou seja, o número 1.

Quando E3 e E1 verificavam a hipótese de E4, E2 (fala nº48) observava a sequência e rabiscava em sua folha, em seguida afirmava mais uma vez que o padrão da referida sequência era o número vezes ele mesmo, indicando que esse “número” era a posição que o termo se encontrava (apontando para o termo). A Figura 18 a refere-se as anotações feitas pela estudante E2 durante este momento.

Figura 18: Estratégia da estudante E2

$$\begin{array}{l}
 1 \times 1 = 1 \\
 2 \times 2 = 4 \\
 3 \times 3 = 9 \\
 4 \times 4 = 16 \\
 5 \times 5 = 25 \\
 \\
 10 \times 10 = 100
 \end{array}$$

Fonte: acervo da pesquisa

Nesse momento, observamos que a estudante percorre um caminho em direção ao pensamento algébrico, uma vez que afirma em sua hipótese que a fórmula matemática para descobrir quaisquer termos é dada a partir de uma multiplicação do número de ordem do termo vezes ele mesmo. Ou seja, E2, se queremos descobrir o 4º termo, bastaria multiplicar 4×4 , que resultaria em 16 triângulos.

Diante disso, percebemos que a observação da estudante se converte em hipótese, à medida que consegue determinar todos os termos da sequência a partir da fórmula deduzida (Radford, 2013a; Silva, 2021). Além disso, conseguimos perceber a existência dos elementos caracterizadores do pensamento algébrico, visto que E2 consegue perceber a presença do termo indeterminado, ao mesmo tempo, utiliza a denotação para referenciar o termo desconhecido como sendo “o número de ordem”, e em seguida consegue manipular com o termo indeterminado como se fosse conhecido, quando afirma que a sua estratégia é válida para todos os termos. Diante disso, Radford (2022) expõe que a denotação de quantidades envolvendo grandezas indeterminadas não necessariamente deve ser simbolizada por linguagem alfanumérica. Uma vez que na perspectiva do autor, mesmo que a estudante não tenha utilizado a linguagem alfanumérica para expor a fórmula matemática referente ao padrão da sequência, a generalização ocorreu dentro de uma camada primária de generalidade, em um universo de discurso que não excede números específicos, uma vez que ela estava trabalhando apenas com números próximos e distantes (Radford, 2009).

PARTE 02: ANÁLISE A PARTIR DAS PREMISSAS METODOLÓGICAS

Nesta estação, E1 demonstrou um desenvolvimento significativo em sua capacidade de ação-reflexão ao iniciar a atividade de forma ativa e colaborativa, discutindo o problema com a E2 e posteriormente com as outras estudantes. Esse comportamento indicou um desenvolvimento na sua capacidade de ação-reflexão, evidenciado a partir da aplicação do conhecimento e do trabalho cognitivo (Bacich, Neto, Trevisani, 2015; Filatro, Cavalcante, 2022), negligenciado na estação anterior, além de relembrar o trabalho realizado nas estações anteriores e testando hipóteses de forma engajada.

E1 adaptou-se às suas necessidades de aprendizado, equilibrando momentos de trabalho em grupo e individual, essa abordagem mostrou que E1 buscou estratégias que

melhor se adequassem ao seu processo de compreensão, evidenciando um aspecto da aprendizagem personalizada, que se baseia em um conjunto de competências, como, conhecimento, habilidades e disposições. (Horn, Staker, 2015). No entanto, a postura da estudante na estação evidenciou fragilidades metodológicas, em que a efetividade a metodologia dependeu significativamente do suporte e/ou colaboração oferecidos em cada estação destacando a importância de um sistema mais robusto de *feedback* instantâneo que poderia ter minimizado essas fragilidades, oferecendo à estudante, uma compreensão mais clara de seus progressos e desafios (Bacich, Neto, Trevisani, 2015).

No tocante às lacunas conceituais, apesar dos esforços para superar dificuldades, percebemos que a Rotação por Estações, por si só, não foi suficiente para garantir uma compreensão conceitual profunda. Isto foi evidenciado a partir de um momento em que a estudante demonstrou desmotivação para resolver o problema, sugerindo a necessidade de uma atenção contínua para o fortalecimento conceitual.

A estação ação revelou um progresso significativo por parte de E2 em termos de participação ativa, colaboração e reflexão, uma vez que ela faz ponderações significativas durante o momento de discussão em grupo, relacionando o conteúdo com as hipóteses discutidas nas outras estações. Sua participação ativa e seu diálogo eficaz demonstram uma colaboração efetiva entre os membros do grupo (Bacich, Neto, Trevisani, 2015). A metodologia adotada parece ter sido mais eficaz para ela, permitindo-lhe se envolver mais plenamente no processo de aprendizagem e contribuir de forma mais significativa para a resolução do problema.

Nesse sentido, percebe-se que a E2 conseguiu, através da personalização e colaboração, desenvolver o pensamento crítico, a autonomia em relação ao seu processo de aprendizagem. Ou seja, a estudante construiu caminhos com hipóteses significativas capazes de lhe motivar a aprender e ampliar seus conhecimentos (Bacich, Moran, 2018). Para futuras atividades, acredita-se necessário continuar incentivando essa participação ativa e reflexiva a fim de desenvolver ainda mais habilidades de pensamento crítico e colaboração (Filatro, Cavalcante, 2022).

Durante a gravação do podcast, E2, embora não contribuindo diretamente para a gravação, participou ativamente na organização do roteiro, evidenciando sua compreensão do objetivo didático da atividade e a importância de comunicar a resolução de maneira clara. Esta experiência sublinhou a eficácia das metodologias ativas com tecnologias digitais em promover a colaboração e a personalização no processo de ensino e aprendizagem (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2015)

Na última estação, E3 demonstrou uma abordagem reflexiva, inicialmente refletindo sozinha antes de contribuir para a discussão em grupo. Este comportamento é característico de uma aprendizagem personalizada, como destacado por Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015), pois ela consolidou suas ideias antes de compartilhá-las. Apesar de sua tendência inicial à reflexão individual, a estudante posteriormente colaborou ativamente com suas colegas, destacando a importância da colaboração para a resolução de problemas.

Além disso, a E3 compreendeu bem os aspectos metodológicos da atividade, incluindo o uso da ficha de registro e a importância de seguir um roteiro para a gravação do podcast. A princípio, ela e as outras estudantes ficaram ansiosas com a utilização do artefato tecnológico, contudo, a ansiedade foi rapidamente deixada de lado a partir do momento que o monitor responsável pela estação explicou que o recurso estava alinhado com a realidade das estudantes, uma vez que elas iriam apenas manipular um aparelho celular. Dessa maneira, percebe-se a importância de escolher as tecnologias digitais que sejam adequadas para a realidade dos estudantes, como aponta Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015) e Horn e Staker (2015). Além disso, esse comportamento destaca a importância da presença de um monitor na estação em que acontece a manipulação das TDIC (Horn e Staker, 2015).

Durante a preparação do podcast, E3 colaborou ativamente com E4, desenvolvendo o esboço e o roteiro do conteúdo. Ela aconselhou E4 a ser objetiva para evitar uma gravação longa, refletindo sua preocupação com a clareza e organização. Essa interação destacou a dinâmica colaborativa entre E3 e E4 na criação do Podcast (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2015; Horn, Staker, 2015). Além disso, à medida que E3 orienta E4 a manter a objetividade e concisão, contribuiu para a eficiência do projeto como também promoveu uma atmosfera de apoio mútuo, onde a troca de *feedback* é bem-vinda e valorizada. (Horn, Staker, 2015).

A trajetória de E3 evidenciou um bom alinhamento com os objetivos da estação, demonstrando um desempenho positivo e uma apropriação eficaz da metodologia de Rotação por Estações e das TDIC. Por fim, foi observada inicialmente, uma lacuna conceitual na abordagem de E3 para resolver o problema, uma vez que suas hipóteses de resolução pareciam vagas e sem fundamentação conceitual clara, enquadrando esse processo como tentativa e erro, o que é considerada uma estratégia aritmética (Radford, 2006). Isso indica uma possível necessidade de reforço na compreensão dos conceitos subjacentes à resolução de problemas matemáticos mais complexos.

4.3 ROTAÇÃO 02

O grupo teve a seguinte trajetória durante a rotação 02: *desvendando o mistério* → *revelando o mistério* → *explicando o mistério*. Salienta-se que nesta rotação utilizamos as mesmas sequências como forma de aprofundar o conceito que iniciamos na rotação anterior. Sendo assim, nas três estações deste momento, as estudantes trabalharam com o objetivo de encontrar uma fórmula matemática capaz de encontrar qualquer sequência, seja ela figural ou numérica. Neste sentido, as tarefas da segunda rotação foram consideradas mais desafiadoras para as estudantes, uma vez que elas tiveram que superar a contagem termo a termo, buscando fazer uma reflexão analítica sobre a relação entre as grandezas envolvidas nas sequências.

4.3.1 Estação desvendando o mistério (RE02)



PARTE 01: ANÁLISE CONCEITUAL A PARTIR DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Na estação desvendando o mistério, as estudantes já demonstraram comportamentos que indicavam estarem adaptadas à metodologia híbrida rotacional, e com isso elas conseguiram iniciar as discussões em torno da tarefa de forma mais rápida. Nesta estação as estudantes tinham por objetivo formular estratégias que permitissem que elas encontrassem expressão numérica que determinasse qualquer termo de uma sequência do tipo numérica, conforme explicitado na figura 18.

Figura 19: Tarefa da estação desvendando o mistério

Vamos começar o desafio de desvendar o mistério?

O Mistério: Observando a sequência abaixo descubra uma expressão que determine qualquer termo dessa sequência.

2, 5, 8, 11...

Passo importante: Escreva em sua folha de respostas o passo a passo que você fez para desvendar esse mistério.

Fonte: acervo da pesquisa

Como as estudantes já estavam adaptadas à metodologia e ao objetivo da tarefa proposta, nessa estação elas começaram a desenvolver as investigações mais rapidamente. Contudo, a pesquisadora precisou fazer uma observação inicial para que elas percebessem o que de fato deveriam fazer. A partir disso, elas deram início às discussões em que os momentos salientes estão registrados no quadro abaixo.

Quadro 17: Primeiro episódio da estação desvendando o mistério

Nº da fala	Episódio 1 RT02E01V01(44''— 1'03'')	Comentários interpretativos
1	Pesquisadora: meninas, prestem atenção, vocês já trabalharam com essa sequência descobrindo os termos próximos, agora vocês devem apenas encontrar uma forma, ou expressão de encontrar qualquer que seja esse termo, inclusive o primeiro.	O objetivo era acalmar os ânimos das estudantes
3	E2: vamos fazer usando a razão, que é 3.	Relembrando o padrão que havia percebido na atividade da rotação 01
4	E4: Sim, mas como que vai dar esse 2 no primeiro?	A estudante estava focada na informação de descobrir o primeiro termo.
7	E1: será que é a razão menos 1? 3 menos 1 é 2. (observando o primeiro termo da sequência)	Tentativa e erro. Logo em seguida verificou que a hipótese não era válida para os outros termos

8	E2: Pode ser o quadrado perfeito mais um. 1 vezes 1 é 1, mais 1, é igual a 2.	
9	E4: O oito vai falhar, porque três vezes três é 9, e no caso teríamos que diminuir um, para dá 8.	Após a fala de E2, rapidamente E4 verificou que falhava para o termo seguinte.
12	E4: será que o número vezes 2 menos 1? (a estudante observando o segundo termo da sequência)	

Fonte: acervo da pesquisa (transcrição dos áudios)

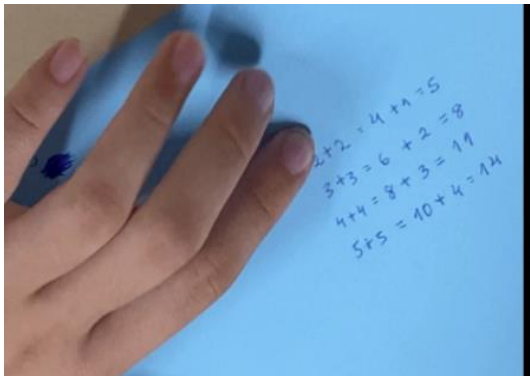
Nesta estação, as estudantes apresentaram um pouco de dificuldades para encontrar a fórmula matemática solicitada na tarefa, testando várias estratégias na tentativa de encontrá-la. Contudo, este fato pode ser considerado esperado, uma vez que em um dos momentos de diálogo uma delas afirma não ter experiência alguma com esse tipo de tarefa. Ao passo que cada uma apresentava suas estratégias, e elas precisam descobrir uma fórmula que determinasse qualquer termo, inclusive o primeiro, elas se concentraram em analisar minuciosamente cada termo individualmente ao invés de olhar a sequência como um todo.

Podemos perceber evidências disso, a partir da interação entre E1 (fala n°7) e E2 (fala n°3) à medida que elas fazem observações analisando apenas o primeiro termo da sequência (o número 2). Contudo, logo em seguida ela relembra que a hipótese deverá valer para todos os termos e instantaneamente percebe que a estratégia falha para o segundo termo (o número 5), e direcionando o olhar apenas para esse termo, já começa a pensar em outra hipótese que seja válida. É nesse momento que E4 (fala n°12), ao acompanhar o raciocínio da colega, expõe uma nova estratégia

Com isso, percebemos que no início da discussão as meninas não apresentaram indícios do pensamento algébrico, dado que ficou claro que as hipóteses foram realizadas por tentativa e erro, pensamento em números que somados ou multiplicados iriam resultar do número que estava na sequência. Na concepção de Radford (2006) esse comportamento pode ser considerado esperado quando estudantes entram em contato com generalização de padrões. Posteriormente às discussões iniciais, as estudantes buscaram métodos matemáticos já estudados com o objetivo de encaixar como resposta do problema.

Ao passo que as estudantes discutiam, E3 observava silenciosamente a sequência, rascunhava na folha e em alguns momentos prestava atenção nas hipóteses que as colegas faziam. Na perspectiva de Radford (2022, p. 255), esse movimento da estudante é considerado “uma parte importante dos fundamentos da cognição e de qualquer atividade psíquica”. Para Martins (2024), o papel que o corpo, o discurso, signos e artefatos desempenham, quando estudantes se referem a objetos matemáticos, é de suma importância, haja visto que são considerados “partes integrais (constitutivos, não periféricos) dos processos cognitivos” (Vergel, 2021, p. 80).

Quadro 18: Segundo episódio da estação desvendando o mistério

Nº da fala	Episódio 2 RT02E01V02(20’’— 1’30’’)	Comentários interpretativos
20	E3: Pode ser assim, o número, mais ele mesmo, mais o número da ordem. Vejam só. Esse daqui é dois mais dois, é quatro, mas ele é o primeiro termo, então mais um, que dá 5. 	A estudante chama atenção das colegas e mostra que testou sua hipótese para 4 termos da sequência.
32	Pesquisadora: Certo, mas como vocês iriam descobrir o primeiro termo se não soubesse que ele era 2?	De início a ideia era não afirmar que a hipótese estava incorreta, uma vez que elas poderiam perceber a partir dessa configuração, a expressão que determina qualquer termo da sequência.
33	E3: Simples, o número que vem antes o 2 seria 1 mais 1 mais 0 que é 2, aí daria o	Ela olhou para sequência e enxergou o primeiro termo como sendo o termo de ordem 0.

	primeiro termo que é 2 e assim sucessivamente.	
34	Pesquisadora: Sim, então agora me expliquem como seria a expressão ou a forma para eu determinar qualquer termo, os demais da sequência.	Instigando as estudantes a analisar a hipótese
40	E4: eu já percebi que isso não pode ser PA, nem PG. É algo diferente.	Mesmo com dificuldade de determinar a expressão, ela lança qualquer estratégia que poderia ser reduzida a utilização de fórmulas já conhecidas

Fonte: acervo da pesquisa (transcrição dos áudios)

A partir da observação de E3 (fala nº 20) conseguimos perceber que a estudante demonstrava indícios de uma generalização algébrica, a partir do momento que consegue visualizar uma fórmula matemática capaz de identificar os termos da sequência, sem fazer referência exclusivamente ao termo anterior. Na perspectiva de Radford (2009), a estudante já demonstra aspectos de generalização dentro de um universo de discurso de termos específicos. Além disso, à medida que E3 observava silenciosamente a sequência, ela gesticulava fazendo um sinal com os dedos que estava somando e pensando nos termos próximos e logo em seguida conferia na folha se a resposta coincidia com o valor descoberto por ela. Portanto, acreditamos que a estudante apresentou indícios do pensamento algébrico, ou até mesmo as primeiras evidências, uma vez que Gomes e Noronha (2020, p.145) afirmam que “o pensamento algébrico não consiste apenas no que é mental, mas é formado também por componentes externos e corporais”.

Assim, no momento que ela está trabalhando com termos particulares, a ideia de variável começa a aparecer em seus exemplos, dado que a indeterminação aparece a partir da tentativa de E3 trabalhar com os termos próximos como sendo indeterminados (testando sua hipótese e comparando com os termos expostos). A partir disso, ela denota os termos a partir do número de ordem deles, evidenciando como ela está interpretando os objetos matemáticos em questão. Apesar da estudante não utilizar a linguagem alfanumérica para denotar os termos, ela demonstra compreender a associação entre a posição do termo (próximo ou distante) e a indeterminação, relacionando os dois a partir da ideia de que a expressão capaz de determinar qualquer termo será “o número, mais ele mesmo” (fala nº20), em que esse “número” é a posição do termo. Segundo Radford

(2003), a natureza do pensamento algébrico é multimodal, ou seja, o processo envolve mais do que apenas símbolos alfanuméricos.

Além disso, apesar da expressão apresentada por E3 esteja apenas no campo dos números específicos, a estudante teve ciência dela a partir de um processo dedutivo, em que tomou como premissa a relação entre o número da posição do termo e um número natural, que seria somado ao termo, de modo que resultasse na resposta. Dessa maneira, ela transforma a característica percebida em uma hipótese por meio de uma abdução analítica, ou seja, um princípio assumido que a levou à dedução da fórmula, materializando o vetor analiticidade do pensamento algébrico (Radford, 2013a; Silva, 2021).

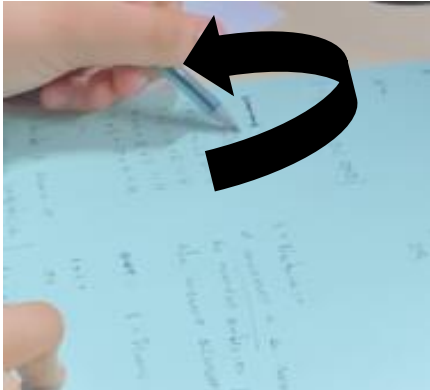
Assim, quando ela consegue verificar que sua hipótese se aplica aos termos da sequência, ela demonstra confiança e mostra às suas colegas a estratégia que havia utilizado. Contudo, ao perceber que a hipótese de E3 estava equivocada, pois ela exclui aparentemente o primeiro termo (o número 2), a pesquisadora instiga as estudantes a rever a veracidade da hipótese apresentada por E3 (fala nº 32).

Nesse momento de discussão, percebemos que a fala de E4 (fala nº40) demonstra que a estudante conseguiu perceber que a estratégia de utilizar a fórmula da Progressão Aritmética era limitante, uma vez que para determinar os termos era necessário sempre saber o primeiro termo, e como a pesquisadora deixou claro que a expressão deveria determinar todos os termos, inclusive o primeiro, ela descarta a possibilidade. Logo, a estudante mostrou um avanço significativo em relação ao seu comportamento na primeira rotação (estação ação), em que ela direcionou todas as estudantes a seguir o caminho pela utilização da fórmula da PA, e nessa estação ela demonstra compreensão que a estrutura algébrica da sequência não poderá se limitar a fórmulas e é necessário analisar a sequência de uma forma mais ampla.

Após algumas discussões em torno da hipótese de E3 (fala nº20), E1 começou a sugerir que elas transformassem a expressão apresentada por E3 com casos particulares, para a linguagem alfanumérica, mas generalizada. Na perspectiva de Radford (2009), esse comportamento é consequência do fato de que uma generalização nem sempre é um processo direto, mas sim a atualização de uma das formas potenciais que casos particulares podem insinuar. A partir da sugestão de E1, as outras estudantes colocaram a mão na cabeça, demonstrando apreensão e começaram a buscar estratégias em busca da generalização. A partir disso, E1 chama atenção das meninas para transformar a hipótese de E3 numa linguagem alfanumérica, conforme observa-se no quadro 1.

Quadro 19: Terceiro episódio da estação desvendando o mistério

Nº da fala	Episódio 3 RT02E01V03(05''— 01')	Comentários interpretativos
52	E1 Bora fazer a expressão. Aqui a gente está sempre olhando o que vem antes do termo, vamos então pensar x como o número, e o anterior a ele vai ser x menos um.	Neste momento a estudante chama atenção das colegas para olhar a folha de apoio.
53	E4: não, x não é o número de cima, x é a ordem.	A estudante aponta para os números de suas anotações.
54	E3: É x mais x , mais um número natural em ordem crescente.	
60	E2: vamos testar para qualquer número alto. Vamos testar para o 10.	
61	E1: Perfeito. Então, vamos escrever, “adote x como o termo da sequência...”	Na intenção de formalizar a hipótese, ela inicia a justificativa denotando o x da expressão.
63	E1 Ok, 10 mais 10 é 20, mas e o termo que vamos somar qual será? A gente vai ter que fazer todos os outros para descobrir? 	Nesse momento ela para e percebe que não consegue saber qual o número natural que seria somado. E começa a encontrar os termos anteriores ao 10º termo.
65	E2: Então tem alguma coisa errada.	
66	E1: É 9, vamos somar com 9.	Nesse momento ela olha para os exemplos anteriores.

67	Pesquisadora: E se fosse o termo 100? Vocês saberiam identificar o número que somaria?	
71	E1: O natural que está faltando é o antecessor do termo, ou seja, x menos um. 	Ela faz o movimento indicando algo que vem antes (no exemplo dos termos já conhecido)
78	E4: Então a expressão para descobrir qualquer termo vai ser então a posição do termo duas vezes mais a posição que vem antes.	

Fonte: acervo da pesquisa (transcrição dos áudios)

Quando E1 começa a tentar escrever uma expressão capaz de determinar qualquer termo, ela acaba se complicando no momento de relacionar o número de ordem com o número que está na posição referida, por exemplo, o número de ordem 1 é 2). Acreditamos que isso aconteceu porque na explicação de sua estratégia, E3, indica o uso do número 2 na expressão como sendo “o primeiro número da sequência”, remetendo sua hipótese a uma manipulação que necessariamente depende da descoberta do termo anterior.

Percebendo a confusão de ideias, E4 (fala nº53) corrige E1 e a partir desse momento ela consegue dar continuidade e desenvolver seu raciocínio em busca da generalização algébrica capaz de transformar a semelhança observada nos termos da sequência que foram expostos, em uma expressão capaz de determinar qualquer termo (Radford, 2006). Diante disso, E1 sugere a manipulação com termos próximos, na intenção de visualizar um padrão existente no desenvolvimento da expressão. É nesse momento que E4 analisa os exemplos feitos por E3 (quadro 25, fala nº 20) e percebe que o número natural que precisa ser somado é sempre o número de ordem anterior do termo que querem descobrir. Esse pensamento é evidenciado quando a pesquisadora a questiona

o termo 100 e, rapidamente, ela argumenta (fala nº 71). A Figura 18, retrata essa dinâmica de estratégias apresentadas pela estudante, em que no lado esquerdo, podemos perceber as setas remetendo a hipótese de que o termo que estava sendo somado se referia ao anterior, e do lado direito, ao argumento apresentado na fala nº 71.

Figura 20: Resolução da estudante E1

$$\begin{array}{l}
 1+1=2+0=2 \\
 2+2=4+1=5 \\
 3+3=6+2=8 \\
 4+4=8+3=11 \\
 5+5=10+4=14
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 (100+100) + (100-1) \\
 200 + 99 \\
 299
 \end{array}$$

Fonte: acervo da pesquisa

Assim, percebemos que as análises de E1 quando investiga os exemplos escritos por E3 e posteriormente testa uma hipótese para o 10º termo, fazendo o percurso de comparar o que E3 escreveu com o que ela mesma escreveu, demonstram que o movimento do pensamento segue um percurso analítico de compreensão, em que retomam aos casos particulares para alcançar a abstração desconsiderando a contagem termo a termo (Silva, 2021).

Quando E4 fala “qualquer termo” (fala nº 78) sugerindo que a hipótese poderá ser aplicada a qualquer termo da figura, denotando assim uma fórmula algébrica que passou por todas as etapas do processo de generalização (Radford, 2013a; SILVA, 2021). Isto porque, a partir de sua fala, ela demonstra a percepção do indeterminado, além disso, denota-o como sendo a “posição do termo” e trata as “grandezas desconhecidas como se fossem conhecidas a partir de operações” (Radford, 2021, p.174). Com isso, percebemos a evidência do pensamento algébrico, a partir de seus elementos caracterizadores (Radford, 2006). Em seguida, quando a estudante ao apresentar a conclusão da discussão, além de indicar o indeterminado, utiliza a linguagem alfanumérica para denotar como “x” o número de ordem do termo e por último faz manipulações como se o indeterminado fosse conhecido, evidenciando características a analiticidade (Radford, 2006).

Dessa maneira, as estudantes identificam a relação que existe entre as variáveis envolvidas no problema e, a partir da dedução, conseguem manipular a expressão para quaisquer que sejam os termos da sequência, sem precisar contar termo a termo. Diante

disso, sugerimos que houvesse evidência do pensamento algébrico. Uma vez que elas apresentam capacidade de perceber uma generalização a partir dos casos particulares e tornar isso uma hipótese (Radford, 2006)

Outro ponto importante é que as estudantes conseguem fazer a transição do que é falado em linguagem oral para a linguagem alfanumérica. Elas entendem esse passo como imprescindível, dado que a questão pede uma expressão, e para elas uma expressão precisa estar “bem estruturada” (fala de E4). Assim, as estudantes escrevem a seguinte expressão: “ $(x+x) + (x-1)$ ”. Como afirma Radford (2009, 2010a), o uso dos parênteses não acontece de forma arbitrária, eles são evidenciados a partir de experiências anteriores do estudante. E isso ocorre no caso das estudantes quando ela utiliza os parênteses para relacionar as vírgulas que separa os períodos em sua fala “número do termo, somar com ele mesmo, subtrair com o que vem antes”.

Além disso, a ordem como ela escreve a variável indica até a forma como ela começou a perceber e descrever os termos da expressão. Primeiro percebeu que deveria somar x (denominada como posição) com ele mesmo, e em seguida (sabendo qual a posição) subtrair o número de ordem antecessor. Ou seja, a expressão escrita está organizada de forma cronológica do que foi sendo descoberto e determinado pelas estudantes. Portanto, ao superar a relação entre a resposta escrita e a fórmula alfanumérica, realizando uma sintaxe alfanumérica, podemos afirmar que, de fato, as estudantes mobilizam o pensamento algébrico (Silva, 2021)

Após E1, E3 e E4 discutirem o problema, E2 expressa suas inquietações por não ter entendido o que foi realizado, e nesse momento as meninas começam a explicar para ela tudo que foi feito, e nesse momento percebemos que ocorreu o aprimoramento do pensamento algébrico. Pois, uma vez que as estudantes interpretam o problema, exprimem seus pensamentos a partir de gestos e registros escritos, agora elas precisam argumentar de forma que fique claro para sua colega de grupo entender. E mais uma vez observamos indícios do pensamento algébrico, quando E4 explica para E2 da seguinte maneira:

E4: “*Pensa com o 3º termo, tu tens 3 mais 3, 6, mais 3 menos 1 que é 2, e agora tu somas, 6 mais 2 dá 8. Observa agora o valor do terceiro termo que já está aqui. Viu que é 11? Pronto, agora pensa para qualquer termo, um termo qualquer. Tu sempre vais usar isso, x como posição do termo, somado com ele mesmo, e somado com o antecessor de x . Como aqui, 2 é o antecessor do 3.*”

A partir do diálogo entre as estudantes supracitadas, podemos perceber que E4, com intuito de explicar com clareza, percorre um caminho que inicia no concreto, usando o termo que já está sendo mostrado na sequência, e posteriormente relaciona esse concreto com o abstrato (Radford, 2009, 2010a), de modo que ela conseguisse fazer a relação entre os termos particulares e os termos desconhecidos, percorrendo o caminho da generalização algébrica (Radford, 2006).

Ao final da estação, E4 sugere uma última conferida na expressão, e começa a pedir às meninas para falarem números aleatórios e conferir se realmente a expressão era válida. Depois de fazer 5 exemplos, as meninas se olham e, com uma expressão de felicidade, falam “é isso, conseguimos”. Dessa maneira, percebemos a satisfação refletida no olhar das estudantes após conseguirem resolver o problema. Na perspectiva de Radford (2015) as emoções dentro de um contexto de resolução de um problema matemático não devem ser tratadas como uma experiência isolada, mas serem consideradas parte integrante das reflexões. Além disso, o autor afirma que as emoções individuais se entrelaçam com as dinâmicas sociais do grupo (Radford, 2015, p.23).

PARTE 02: ANÁLISE A PARTIR DAS PREMISSAS METODOLÓGICAS

Nessa estação, E1 demonstrou uma postura mais ativa durante as discussões, envolvendo-se na resolução do problema e refletindo sobre as observações feitas pelo grupo. Quanto à colaboração, a estudante participou ativamente das discussões em grupo, contribuindo com ideias, refutando observações infundadas e incentivando as colegas. Na perspectiva de Bacich, Neto, Trevisani (2015), o processo de colaboração entre as estudantes durante essa estação, ilustra como a Rotação por Estações pode incentivar a participação ativa de estudantes e a interação entre eles, e como esta pode enriquecer significativamente o processo de aprendizagem.

Foi observado que E1 tem mais facilidade de aprendizado quando escreve, e assim, suas colegas de grupo encorajaram-na a escrever durante as discussões. Esse aspecto demonstra uma tentativa de personalização do processo de aprendizagem, adaptando as atividades de acordo com as preferências individuais da estudante (Bacich, Neto, Trevisani, 2015). A partir da personalização de sua aprendizagem, motivada pela colaboração, é possível afirmar que a estudante conseguiu um desempenho satisfatório, tornando seu conhecimento concreto e capaz de ser aplicado em outro momento em que

se encontra com o conceito aprendido. Na perspectiva de Bacich, Tanzi Neto, Trevisani (2015), E1 se beneficiou da abordagem híbrida, pois a troca de ideias e a solução colaborativa de problemas a ajudaram a consolidar seu entendimento e a preencher as lacunas em seu conhecimento, superando fragilidades metodológicas.

No tocante à trajetória nesta estação, E2 demonstrou uma maior participação e colaboração em comparação com a rotação anterior. Ela contribuiu com ponderações e análises sobre o problema, como também iniciou a discussão com E1 e posteriormente se envolveu ativamente com E4. Sua iniciativa em trabalhar em conjunto com suas colegas mostra um engajamento mais significativo no processo de resolução do problema, além de uma forte capacidade de refletir individualmente e colaborativamente (Filatro, Cavalcante, 2022).

Ao longo da estação desvendando o mistério, a estudante conseguiu se posicionar com clareza e exatidão em vários momentos da discussão, demonstrando uma certa segurança em seus conhecimentos e habilidades, indicando que ela conseguiu superar algumas das lacunas conceituais identificadas na rotação anterior, sugerindo, portanto, um progresso no desenvolvimento de sua compreensão dos conceitos abordados e uma maior confiança em sua capacidade de análise e resolução de problemas.

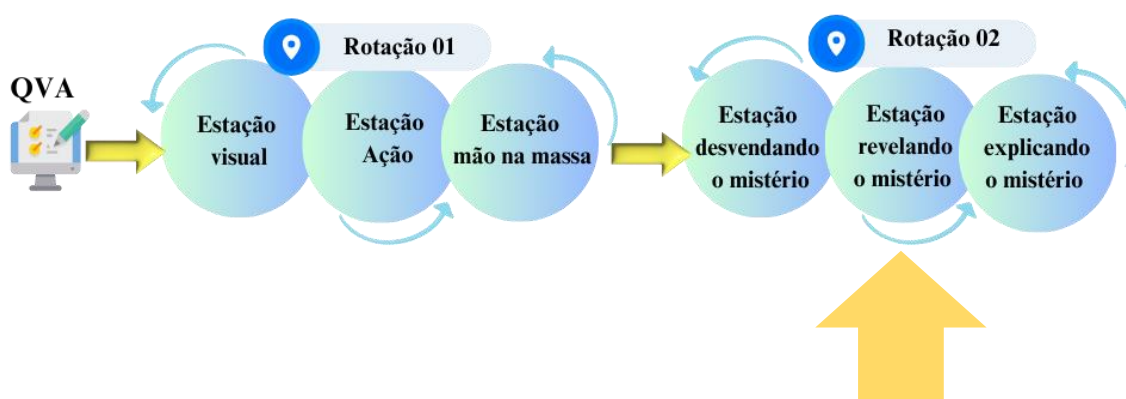
Essa habilidade de expressar suas ideias de forma assertiva é indicativa de um crescimento em sua confiança, autoestima e pensamento crítico, que pode ter sido proporcionado pela interação com suas colegas de grupo (Filatro, Cavalcante, 2022).

. Contudo, apesar do envolvimento inicial, E2 mostrou-se suscetível a distrações quando as outras meninas começaram a discutir entre si (fragilidade metodológica). Isso resultou em uma diminuição de sua participação ativa e em uma necessidade de pedir explicações posteriormente.

Nesta estação, a estudante E3 demonstrou uma abordagem semelhante às outras estações, iniciando suas reflexões individualmente antes de contribuir para as discussões em grupo. Dessa forma, percebe-se o quanto é importante na metodologia híbrida rotacional a valorização dos momentos individuais do ser, quanto ao aspecto colaborativo (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2015). Sua capacidade de refletir significativamente sobre o problema, sem se limitar ao uso de fórmulas, é destacada como crucial para a solução do problema, evidenciando aspectos pertinentes da abordagem personalizada, em que participa ativamente das discussões em grupo, compartilhando suas análises e estratégias com as outras estudantes à medida que desenvolve suas habilidades conceituais e não se limitam à aplicação de fórmulas matemáticas.

Não foram identificadas fragilidades metodológicas específicas no comportamento de E3 nesta estação. Outrossim, observou-se, a partir da concepção de Radford (2013), um aprimoramento conceitual por parte de E3 em relação às estações anteriores, uma vez que esse novo encontro com a sequência indica uma melhoria em suas habilidades de análise e reflexão sobre o problema apresentado. Pois, na estação ação (com o mesmo problema) E3 escolheu seguir o caminho mais rápido, utilizando fórmulas, mas, na estação atual, observamos que ela pode ter superado eventuais lacunas conceituais em relação à sequência numérica, demonstrando uma melhor compreensão do problema e desenvolvendo análises mais profundas e pertinentes.

4.3.2 Estação relevando o mistério (RE02)



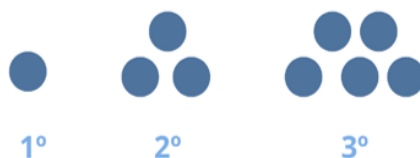
PARTE 01: ANÁLISE CONCEITUAL A PARTIR DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Após permanecer 30 minutos na estação anterior, as estudantes se deslocaram para a estação revelando o mistério, em que deveriam resolver a tarefa envolvendo a sequência figural. Da mesma forma que a estação anterior, elas tinham como objetivo desenvolver estratégias que permitissem que elas encontrassem uma expressão capaz de determinar qualquer termo da referida sequência. Era esperado, pela pesquisadora, que nesta estação as estudantes tivessem mais facilidade para resolver o problema, uma vez que quando essa mesma sequência foi apresentada na rotação anterior, as estudantes conseguiram delinear estratégias que levaram a uma generalização algébrica. A figura 19, refere-se a tarefa aplicada nesta estação:

Figura 21: Tarefa da estação revelando o mistério

Vamos começar o desafio de revelar o mistério?

O mistério: Observando a sequência abaixo, determine uma expressão que é capaz de determinar o **QUALQUER termo** dessa sequência?



Fonte: acervo da pesquisa

Assim como na estação anterior, as estudantes deveriam encontrar uma expressão capaz de determinar quaisquer termos da sequência, dessa vez, figural. Ao iniciar a estação, E2 olha para sequência e comenta com a E3 que essa foi a que elas conseguiram fazer na outra rotação e imediatamente a E3 inicia a leitura da ficha de registro.

Quadro 20: Primeiro episódio da estação revelando o mistério

Nº da fala	Episódio 2 RT02E02V01(03''— 5'03'')	Comentários interpretativos
1	E2: Essa E3 sabe fazer, ensina para nós.	Neste momento todas as estudantes olham para E3
3	E3: É como o de ontem. Olhando para a parte de baixo tem, um, dois, três. O próximo vai ter quatro (indicando a linha inferior) menos um (indicando a linha superior) três. Quatro mais 3 é sete.	A estudante faz o movimento indicando o número do termo e as bolinhas da parte inferior.

17	E2: A expressão pode ser x , tal que x é ímpar, x mais 2.	Os primeiros indícios da utilização do simbolismo alfanumérico nessa estação
18	Pesquisadora: Lembrem-se que a expressão tem que determinar qualquer termo.	
20	E4: Essa tua ideia não vai dar certo não.	A estudante repreende a colega porque percebe que essa estratégia já foi utilizada e foi repreendida.
22	E2: Mas esse 2 não é em vão, tem que estar na expressão de alguma forma. Será multiplicando?	
27	E4 Se fosse por PA e PG seria mais fácil.	Nesse momento ela começa a escrever na folha as fórmulas que lembra.
28	Professor da turma: Quem disse a você que não é nem PA e nem PG?	O professor estava acompanhando a turma e ao ouvir o comentário se dirige para próximo das estudantes.
34	E4: Mas é qualquer termo, inclusive o primeiro, e por PA a gente não encontra o primeiro.	
37	Pesquisadora: Relembra como vocês fizeram na outra.	
38	E4: Vamos pensar decrescendo. O número menos 2.	Faz um sinal com o lápis pulando do terceiro termo até o primeiro.
39	Pesquisadora: Sim, e como seria o primeiro termo? Se você não soubesse o segundo?	
42	E3: E se a gente multiplicar por dois ao invés de somar? E depois subtrair 1? Daria o primeiro.	Nesse momento ela rabisca na folha a igualdade $2x-1=1$ e logo em seguida apaga.
43	Pesquisadora: Pronto, vamos pensar no terceiro. Como vocês poderiam descobrir ele?	
46	E3: seria 2 vezes menos o primeiro termo, ou seja, 2 vezes 3 menos 1 do primeiro termo, dá 5.	
47	E4: Mas não pode usar os termos anteriores.	

Fonte: acervo da pesquisa (transcrição dos áudios)

Inicialmente, esperávamos que a E3, por conseguir desenvolver de forma reflexiva e crítica o problema apresentado na rotação anterior, conseguiria também solucionar o problema desta estação. Pois, na estação visual (quadro 19, fala nº21) a estudante consegue refletir analiticamente sobre a sequência, formulando uma expressão capaz de encontrar qualquer termo da sequência. Essa expectativa também foi demonstrada pelas estudantes do grupo, evidenciada na fala de E2 (fala nº 1) quando logo questiona a E3 a forma de solucionar o problema.

Contudo, E3 em sua fala (fala nº3) percebemos que ela oraliza a hipótese que utilizou na estação visual, em que observa a figura como sendo uma soma entre o número de bolinhas da linha inferior, que é equivalente ao valor posicional do termo, mais a quantidade de bolinhas da linha superior, que é o valor de baixo menos 1. Em linguagem alfanumérica, isso é representado por “ $n+n-1$ ”. Porém, a estudante não converte sua estratégia em uma hipótese a ser seguida e capaz de solucionar o problema e começa a testar outras estratégias. Esse comportamento, na perspectiva de Radford (2013a), expõe que ela não está pensando algebricamente.

O comportamento de E3, sugere uma mudança de posicionamento em relação ao desafio proposto pela tarefa, exigindo dela um aprofundamento conceitual. Foi perceptível que na rotação anterior, quando a estudante deveria descobrir os termos próximos desta sequência, ela conseguiu refletir de forma algébrica, analisando minuciosamente as grandezas. Contudo, quando se reencontra com a mesma sequência, com o objetivo de encontrar o termo “ n ”, E3 apresenta dificuldades.

Ao longo da trajetória das estudantes nessa estação, percebemos que elas fazem várias discussões voltadas para resolução, mas, percorrem o caminho por tentativa e erro, o que segundo Gomes (2020) não se configuram como um raciocínio algébrico, além disso, Radford (2006) aponta em seus estudos, que em momentos de contato com tarefas envolvendo sequência com padrões, os estudantes podem recorrer a estratégias aritméticas, como, por exemplo, tentativa e erro, até avançarem o raciocínio.

No decorrer da estação, percebemos que as estudantes tentavam formular hipóteses sobre a sequência, por exemplo, quando E2 (fala nº17) afirma que o número 2 (a razão desta sequência) pode ser somado ao termo “ x ” (indicando que x é um número ímpar). Contudo, E4 (fala nº20) já contesta a colega, lembrando que essa forma não garante a descoberta do primeiro termo, sugerindo que, de fato, a estudante compreende que a expressão deverá ser verdadeira para todos os termos da sequência. Em seguida, E2 (fala nº22) faz a tentativa de utilizar o número 2 de alguma forma, contudo, por mais que

essa tentativa de multiplicar poderia ter sido um caminho que levasse E2 a encontrar a expressão, a estudante não consegue ir adiante.

Em seguida, em mais uma tentativa de resolução, E4 (fala nº27), que durante sua trajetória na pesquisa sempre recorre ao uso de fórmulas matemáticas, faz a afirmação de que se conseguisse utilizar alguma, seria mais fácil. Ao ouvir esse comentário, o professor da turma, que estava auxiliando nessa estação, questiona a estudante (fala nº28) e a partir desse momento, todas as integrantes do grupo começam a se questionar e fazer os cálculos com a fórmula da progressão aritmética. Diante disso, percebemos que a intervenção do professor da turma pode ter influenciado as reflexões das estudantes, já que a hipótese de E4 poderia ter sido explorada mais a fundo para encontrar (ou relembrar) a expressão numérica solicitada na tarefa. Todavia, E4 (fala nº 34) logo percebe que a fórmula é insuficiente para determinar quaisquer termos, uma vez que para utilizá-la seria necessário descobrir o primeiro termo.

Percebendo que esse episódio poderia ser motivador para que as estudantes comesçassem a pensar criticamente, e que elas estavam concentradas em fazer a análise de todos os termos da sequência separadamente, a pesquisadora instiga as estudantes a observarem apenas um dos termos (fala nº39). E nesse momento, E3 (fala nº42), que até o momento se mostrava concentrada observando a sequência, expõe a afirmação sugerindo um pensamento que resgatou o comentário feito por E2 (fala nº 22), refletindo assim uma reflexão em torno de uma expressão que determinasse a quantidade do 1º termo, o número 1.

Com o intuito de fomentar as discussões, a pesquisadora instiga as estudantes a analisarem outro termo, com o objetivo de fazê-las testarem a hipótese que E3 acabava de falar e perceber que a premissa era verdadeira. Contudo, a afirmação de E3(fala nº 46) demonstra que a estudante ainda fez a expressão utilizando o primeiro termo, isto porque a quantidade de bolinhas é 1, e ela acabou se confundindo com o 1 que ela subtraiu na afirmação anterior. Nesse momento, acreditamos que, de fato, a interferência do professor da turma, questionando a possibilidade de utilizar os conhecimentos sobre o conteúdo de progressão aritmética e geométrica, foi um fator estrutural para direcionar as reflexões das estudantes, dado que, elas acabavam se prendendo as fórmulas e ao primeiro termo da sequência.

Contudo, vale destacar o amadurecimento de E4 em relação à utilização das fórmulas matemáticas, pois, a partir da fala de E3, rapidamente ela afirma que não podem

ser utilizados termos anteriores para simular a expressão solicitada na tarefa (fala nº47), indicando assim o seu entendimento quanto às limitações das fórmulas.

Posteriormente, as estudantes demonstram expressões tristes e comentários que remetem a frustração e decepção por não conseguirem resolver a tarefa no tempo determinado e, faltando 5 minutos para conclusão da tarefa, desistem. Segundo Radford (2015) isto pode surgir a partir da interação complexa entre o pensamento matemático e as reflexões dos estudantes, devendo ser considerado parte integrante do pensamento.

Assim, concluímos que por mais que em alguns momentos da discussão emergiram algumas hipóteses em torno da expressão solicitada, as estudantes não conseguiram mobilizar o pensamento algébrico e transformar as hipóteses em premissas.

PARTE 02: ANÁLISE A PARTIR DAS PREMISSAS METODOLÓGICA

Em relação à estação “Revelando o Mistério”, E1 demonstrou uma tentativa de participação ao começar a rabiscar em sua folha, indicando que estava tentando resolver o problema. Isto faz referência à sua preferência de aprendizagem, por meio da escrita, ou seja, a forma como a estudante personaliza seu processo. No entanto, sua expressão desanimada e sua falta de atenção durante os diálogos sugerem que ela estava enfrentando dificuldades para compreender o conteúdo e/ou acompanhar o raciocínio das colegas.

Sua falta de envolvimento nos diálogos, no início dessa estação, pode ter limitado as oportunidades de colaboração e troca de ideias com o grupo. Esse comportamento de E1 ressalta a importância de uma abordagem mais personalizada que leve em consideração as necessidades individuais de aprendizado, algumas características são passíveis de serem citadas, como maior *feedback* e orientação individual, conforme sugere Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015). É fundamental destacar que as fragilidades metodológicas e lacunas conceituais identificadas neste momento têm suas raízes ancoradas nas experiências das estações anteriores. Notadamente, essas questões emergiram com clareza quando foi observado o comportamento dependente de E1 nas ponderações das outras colegas de grupo.

Essa dependência apontou uma fragilidade da estudante para se adaptar à metodologia híbrida de ensino, uma vez que sua interação e a colaboração estão suscetíveis a uma condição passiva por conta das metodologias formativas tradicionais. Entretanto, a dificuldade de E1 em engajar-se plenamente, sem se apoiar excessivamente em uma colega, pode ser justificado com base no modelo formativo tradicional, o qual

não coloca o estudante no centro do processo de aprendizagem, e leva a uma condição passiva, limitando a busca por engajamento e colaboração entre os pares.

Em relação à estação revelando o mistério, E2 demonstrou iniciativa ao começar a escrever as informações que já sabiam sobre o problema, incentivando suas colegas a continuarem tentando. Sua atitude proativa mostra um desejo de resolver o problema e uma disposição para liderar o grupo na busca por uma solução, de modo que ela se sente parte responsável do processo (Filatro, Cavalcante, 2022). Porém, todas as estudantes enfrentaram dificuldades para progredir na resolução do problema, o que levou à desmotivação do grupo.

Neste momento, E2 tentou chamar a atenção das colegas lendo o problema em voz alta e voltou-se para o uso da fórmula da progressão aritmética como uma possível estratégia de resolução. A retomada da utilização da fórmula da progressão aritmética sugere uma dependência persistente desse método de resolução, em vez de explorar outras abordagens ou estratégias alternativas, indicando uma necessidade de desenvolver uma compreensão mais profunda dos conceitos intrínsecos ao problema.

Em resumo, E2 mostrou iniciativa, participação e disposição para experimentar novas abordagens na segunda estação. No entanto, a persistência na dependência da fórmula da progressão aritmética e a desmotivação resultante das dificuldades encontradas sugerem áreas em que ela pode continuar a desenvolver suas habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico (Filatro, Cavalcante, 2022).

A estudante inicialmente demonstrou um reconhecimento da semelhança entre o problema atual e um problema anteriormente resolvido na rotação 01, evidenciando períodos de ação-reflexão entre as experiências das estações anteriores e atual. A capacidade de lembrar e aplicar aprendizados anteriores para resolver novos problemas, é um aspecto positivo de sua aprendizagem ao longo das estações. Nesta estação, ela faz ponderações sobre a sequência com base no processo realizado anteriormente, evidenciando uma tentativa de utilizar seu conhecimento prévio para solucionar o problema atual. Neste momento, assim como nas outras estações, ela demanda um período em reflexões individuais e posteriormente interage com suas colegas, trazendo assim evidências da personalização de sua aprendizagem.

Embora tenha demonstrado uma aprendizagem significativa ao reconhecer a semelhança entre os problemas das estações, E3 não conseguiu aplicar efetivamente seu conhecimento sobre as sequências recursivas para resolver o problema atual. Isso sugere que, apesar do reconhecimento da conexão entre os problemas, ela pode enfrentar

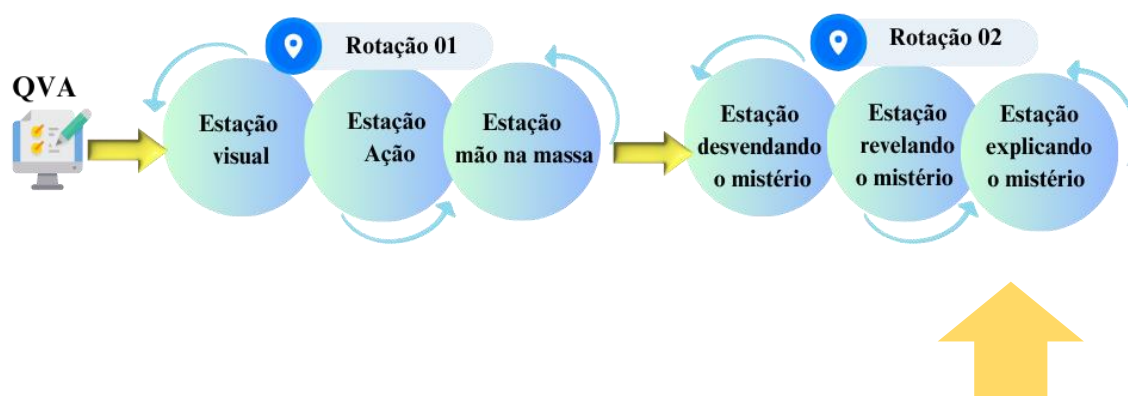
desafios em transferir seu aprendizado para contextos diferentes ou em resolver problemas mais complexos. Com isso, percebe-se a existência de lacunas conceituais no comportamento de E3 nesta estação.

Figura 22: Grupo focal na estação revelando o mistério



Fonte: acervo da pesquisa

4.3.3 Estação explicando o mistério (RE02)



PARTE 01: ANÁLISE CONCEITUAL A PARTIR DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

Na “Estação explicando o mistério”, as estudantes passaram a trabalhar com uma sequência já conhecida por elas. Na rotação anterior, elas tiveram que explicar como foi encontrado o 10º termo da sequência. Neste momento, elas tinham como objetivo encontrar uma expressão que fosse capaz de afirmar quantos triângulos a n^{a} (enésima) figura teria. O intuito desta tarefa era trabalhar a generalização de padrões a partir da autonomia, colaboração e personalização da aprendizagem das estudantes, uma vez que elas além de descobrirem a expressão, posteriormente deveriam manipular um artefato tecnológico e gravar um vídeo explicativo acerca das estratégias de resolução.

Figura 23: Tarefa da estação explicando o mistério

Vamos começar o desafio de explicar o mistério?

O mistério: Observando a sequência abaixo, você conseguiria determinar uma expressão que determinasse quantos triângulos teria a n^{a} (enésima) figura dessa sequência?



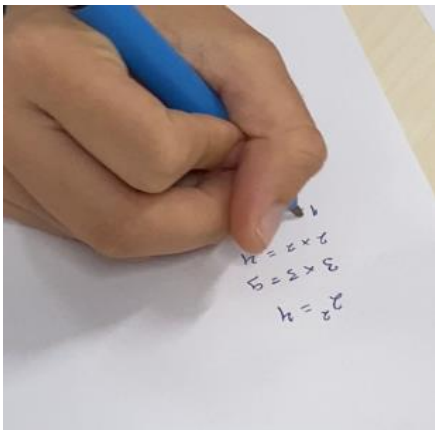
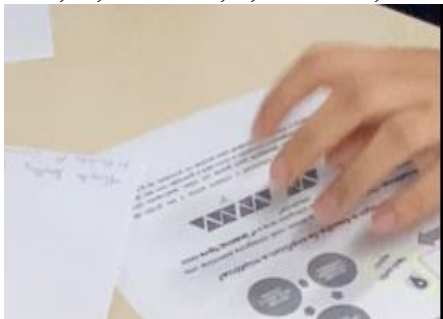
Próximo passo: Depois de solucionar o mistério acima, o seu grupo de trabalho deverá escolher um estudante para gravar um vídeo, explicando como resolveram o mistério. Organize o conteúdo e como será a gravação com seu grupo, e em seguida chame o monitor responsável para auxiliar no processo de gravação. Usem a criatividade. Vocês terão à disposição os equipamentos e a assistência necessária para gravação do seu podcast!

O vídeo deverá ter no máximo 5 minutos gravados!

Fonte: acervo da pesquisa

Quadro 21: Primeiro episódio da estação explicando o mistério

Nº da fala	Episódio 1 RT02E03V01(15''— 2'04'')	Comentários interpretativos
1	E4: Gente, agora não tem nada a ver com a posição do termo. Está querendo saber a quantidade triângulos,	A sua expressão demonstrava apreensão ao olhar para as outras estudantes
2	E3: É a mesma coisa de ontem.	Após a sua fala, ela direciona sua atenção para a sua ficha de registro individual.

10	E3: É aquilo que a gente descobriu ontem. O número multiplicado por ele mesmo. Vejam: 	O tempo entre essa fala e a anterior foi justamente a pausa que ela fez para escrever os valores de cada termo.
11	E4: É o quadrado perfeito da ordem né?	
12	E3: É o número que fica aqui embaixo (aponta para posição) vezes ele mesmo. Olha, 1 vezes 1, 1 ; 2 vezes 2, 4; 3 vezes 3, 9. 	
13	E3: Veja que a quantidade que eu achei no papel apenas colocando o número ao quadrado é a mesma quantidade de triângulos da figura. Percebe?	
14	E4: Só que o precisamos saber é como a gente determina a quantidade de triângulos de uma figura qualquer.	
15	E1: Ele quer saber a enésima figura, e vai ser n ao quadrado, gente.	
16	E4: É verdade. Como não percebi isso antes? Se a gente quer saber o 7º termo, é só fazer 7 ao quadrado, que vai ter 49 triângulos.	
20	E3: Faz sentido ser o n ao quadrado porque se a gente quer encontrar um número qualquer, é só multiplica ele por ele mesmo, se essa figura foi a enésima figura basta multiplicar por ela mesma.	

Fonte: acervo da pesquisa (transcrição dos áudios)

Inicialmente percebemos que E4 ao ler o enunciado não compreende a relação que existe entre a quantidade de triângulos da figura e a posição do termo. Ao passo que E3 reconhece imediatamente que, é o mesmo problema do dia anterior e acreditamos que ao falar isso, ela já identificava de como iria resolver a tarefa. Esse pensamento é evidenciado a partir do momento em que ela, com uma expressão preocupada, pega a folha e começa a escrever em ordem crescente o quadrado dos números. No momento em que a estudante está escrevendo, ela se mantém concentrada, com as mãos na cabeça, enquanto escreve faz um movimento de fala ritmada com a escrita, e durante alguns cálculos também utiliza os dedos das mãos para contar.

Na perspectiva de Radford (2020) estes movimentos evidenciaram a presença de meios semióticos. Além disso, segundo o autor esses artefatos (gestos, sinais, fala) são utilizados para objetivar o conhecimento, ou seja, torná-lo aparente (Radford, 2006) e a trajetória de E3, forjada com palavras, gestos e ritmo apresentou um esquema através do qual as estudantes seriam capazes de determinar o número de triângulos de qualquer figura, sendo, portanto, uma generalização real (Radford, 2006).

É pertinente destacar que ela não inicia pelas quantidades de triângulos particulares de cada termo, com o intuito de descobrir a forma de chegar naquele resultado. Mas, já manipula os números utilizando a premissa de multiplicar o número por ele mesmo, ou seja, a ideia de variável já se faz presente e apenas não foi escrita na linguagem alfanumérica. Diante disso, Radford (2013a) acredita que a estudante está pensando algebricamente, à medida que ela consegue manipular o indeterminado como se fosse conhecido, mas também por considerar uma hipótese e seguir com ela descobrindo todos os termos da sequência.

Podemos perceber isso no momento em que ela concluiu a escrita e logo em seguida virou para sua colega de grupo, E4, e começa a explicação apontando para os termos da sequência, relacionando-os com o que está escrito em seu papel (fala nº12). Neste momento, ela gesticula à medida que confirma sua hipótese, e em seguida faz comparações entre a figura exposta e os cálculos realizados por ela no papel (fala nº13). Contudo, a estudante ainda não utiliza a linguagem alfanumérica e acreditamos que isso faz com que E4 ainda não consiga compreender a hipótese de E3 como uma resposta para a tarefa. Dado que, em todo o percurso, E4 recorre à utilização de fórmulas matemáticas, e, para a estudante, a expressão solicitada na tarefa precisaria ter evidências da linguagem alfanumérica. Este comportamento pode ser característico de um processo de ensino e

aprendizagem, enfatizando as manipulações dos objetos matemáticos algébricos, sem se preocupar com seu significado (Almeida, 2017).

Isso fica notório quando E1 (fala nº15) ao observar o questionamento de E4, transforma a afirmação de E3 para a linguagem alfanumérica, e E4, (fala nº16) imediatamente compreende sua expressão, que estava preocupada, se transforma em um sorriso aberto). Além disso, à medida que ela assimila a hipótese, ela afirma sua veracidade com o 7º termo. À vista disso, concluímos que E4 apresentou a generalização algébrica, uma vez que na perspectiva de Radford (2006) “a generalização algébrica de um padrão se baseia na percepção de uma característica comum local que é então generalizada para todos os termos da sequência e que serve como uma garantia para construir expressões de elementos da sequência que permanecem além do campo perceptivo.”

Assim, a partir das análises apresentadas, concluímos que as estudantes conseguiram mobilizar o pensamento algébrico a partir da generalização algébrica proposta na tarefa, pois, elas conseguem perceber que a quantidade de triângulos, mesmo que indeterminada, pode ser descoberta a partir da premissa de elevar o termo desconhecido ao quadrado. Ou seja, as estudantes observam a presença do indeterminado, conseguem denotar ele como sendo “ n ” e em seguida operam (a partir de multiplicação) com esse desconhecido, como se fosse conhecido. Esse movimento traz evidências dos três elementos caracterizadores do pensamento algébrico, defendido por Radford (2010b).

PARTE 02: ANÁLISE A PARTIR DAS PREMISSAS METODOLÓGICA

Em relação à estação explicando o mistério, E1 iniciou de forma ativa (diferentemente da estação anterior), rabiscando enquanto lia a ficha e fazia observações sobre o conteúdo. Sua capacidade de associação com conceitos matemáticos, como a expressão “ n ao quadrado”, demonstra uma reflexão sobre o problema apresentado. Além disso, ao perceber a falta de compreensão de suas colegas, E1 apresentou suas ideias de forma visual, mostrando-as no papel para reforçar sua explicação. Este movimento sugere que ela superou as lacunas conceituais e fragilidades metodológicas evidenciadas nas estações anteriores, demonstrando uma evolução no exercício do protagonismo, na autonomia e no engajamento. O progresso de E1 reflete uma evolução significativa em sua jornada de aprendizagem, evidenciando uma maior confiança em suas habilidades e

um entendimento profundo dos conteúdos abordados (Filatro, Cavalcante, 2022)

E1 colaborou ativamente com suas colegas ao organizar os materiais manipuláveis da sala para auxiliar E4 na gravação do vídeo. Sobre personalização, a preocupação de E1 em entender o propósito da gravação do vídeo, questionando se seria exibido em algum local, sugere uma tentativa de personalizar sua abordagem e compreender o contexto da tarefa. Durante a sua trajetória na estação, E1 estabeleceu conexões entre os materiais manipuláveis da sala e a tarefa de gravação do vídeo, demonstrando uma compreensão do propósito dos recursos tecnológicos disponíveis e sua relevância para a realização da atividade. Sua capacidade de pensar em termos práticos e utilizar os recursos disponíveis de forma eficaz mostra uma conexão entre o conteúdo teórico e sua aplicação prática (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2015).

Em geral, entendemos que o comportamento de E1 nesta estação pode ser atrelado a uma participação ativa, colaborativa e reflexiva na atividade proposta, apresentando poucas fragilidades metodológicas e lacunas conceituais. Sua capacidade de conectar conceitos matemáticos, personalizar sua abordagem e colaborar com o grupo demonstrou, na perspectiva de Bacich, Tanzi Neto, Trevisani (2015), um envolvimento eficaz no processo de aprendizado e resolução de problemas.

Em relação à última estação, a estudante E2 apresentou dificuldades na compreensão do problema ao perceber que precisaria gravar um vídeo, contudo, demonstrou iniciativa ao sugerir ideias criativas para a gravação, como a utilização de quadrados para representar a sequência e a sugestão de representar o número elevado ao quadrado com um quadradinho em cima. Essa contribuição mostra um pensamento criativo e uma disposição para buscar soluções inovadoras. Seu envolvimento nesse processo demonstrou um interesse em contribuir para o sucesso da atividade de forma colaborativa e consequentemente conseguiu evoluir o pensamento crítico (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2015).

Seu engajamento na última estação aponta para uma capacidade de superar obstáculos e continuar contribuindo de maneira significativa para o trabalho em equipe. A partir do encorajamento das colegas de grupo e preocupações durante o momento da discussão, E2 demonstrou confiança ao passo que estava envolvida no processo de resolução da atividade. Uma vez que o clima de acolhimento, confiança, incentivo e colaboração é decisivo para uma aprendizagem significativa e transformadora. (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2015, p.48).

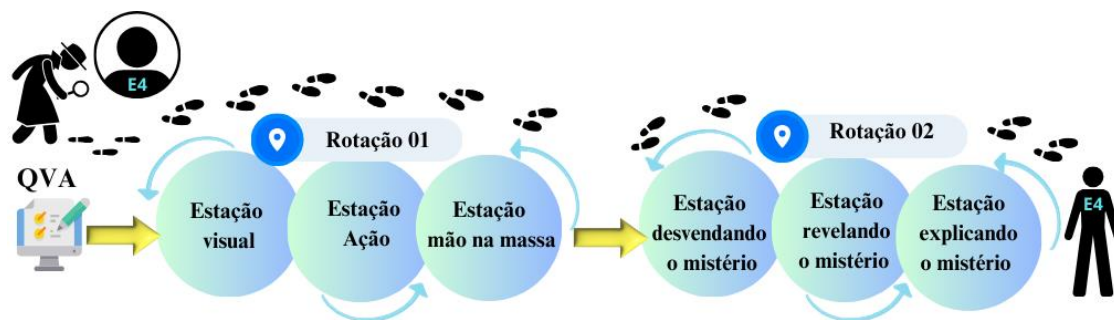
Quanto à última estação, E3 demonstrou uma ação inicial ao reconhecer mais uma

vez a semelhança entre o problema atual é um problema anteriormente resolvido na última estação da rotação anterior, evidenciando uma capacidade de reflexão sobre experiências passadas. Posteriormente, a estudante buscou colaborar com o grupo ao compartilhar suas observações e hipóteses após testá-las algumas vezes para se certificar da sua validade.

Além disso, cabe destacar que durante o momento em que E3 refletia individualmente, percebe-se uma inquietude por parte das outras integrantes do grupo esperando que a estudante contribuísse significativamente, uma vez que suas ponderações durante todo o processo interventivo foram pertinentes. Isso reflete uma valorização individual da estudante para a interação em grupo (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2015). Em outro momento, quando E3 rabisca em sua folha o que havia encontrado na estação ação e faz conexões com a estação atual, ela traz evidências de uma abordagem personalizada para resolver o problema, utilizando estratégias que lhe eram familiares e eficazes.

No momento de gravação do vídeo, a estudante participa ativamente do processo de organização, roteirizando a fala de E4. Diante disso, não foram identificadas fragilidades metodológicas específicas no comportamento de E3 nesta estação, uma vez que sua abordagem pareceu adequada e eficiente para resolver o problema proposto. Além disso, não foram identificadas lacunas conceituais nesta estação, pois, sua capacidade de aplicar o conhecimento adquirido anteriormente de forma eficaz sugere uma compreensão sólida dos conceitos envolvidos. Assim, nesta estação a estudante participou ativamente, contribuindo de maneira eficaz para a solução do problema com reflexões pertinentes e estratégias personalizadas. Sua abordagem colaborativa e reflexiva evidencia um desenvolvimento positivo ao longo das rotações, demonstrando um entendimento sólido dos conceitos e uma habilidade de aplicá-los de forma prática e eficiente (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2015).

4.4 Trajetória de E4 na atividade rotacional



Na presente seção, traremos um olhar para a trajetória interventiva vivenciada pela estudante E4, a fim de buscarmos uma compreensão sistêmica diante do trajeto metodológico, com o objetivo de aprofundarmos nosso estudo acerca da evolução conceitual, fragilidades metodológicas e contribuições da abordagem híbrida elaborada.

E4 na Estação Visual (Primeira participação / Rotação dia 01)

Analisando o percurso metodológico de E4 na primeira rotação vivenciada na estação visual, percebeu-se que a estudante inicialmente concentrou-se em fazer uma leitura individual da ficha de registro, e à medida que conclui a leitura, começa a interação com o seu grupo. Neste momento, a estudante iniciou a discussão sugerindo que o grupo utiliza a fórmula da progressão aritmética para resolver a atividade. O comportamento de E4 sugere que a estudante tem familiaridade com métodos de resolução rápidos e práticos, como a utilização de fórmulas matemáticas para resolver problemas.

A seguir apresentamos um recorte do diálogo entre as estudantes durante a resolução da tarefa:

E4: “Mas não tem como fazer se não lembrar da fórmula da PA.”

E3: “Pessoal, não é necessário descobrir a fórmula para conseguir resolver isso.”

E4: “Eu não consigo lembrar da fórmula. Me ajuda gente. Vamos fazer de outra forma mesmo.”

E3: “Não é necessário fórmulas.”

E1: “Eu já percebi que aumenta de 2 em 2 bolinhas de um para outro. Olha, do segundo para o terceiro. É só ir contando.”

Almeida (2017) expõe que essa tendência ao transformismo algébrico pode ser herança das práticas tradicionais realizadas desde o início da formalização desse campo e conhecimento nos ambientes escolares brasileiros, apontando assim uma supervalorização da linguagem simbólica algébrica, tornando-a muitas vezes, sem

sentido, descontextualizada e mecânica. E como Moran (2013, p.24) expõe, “os modelos tradicionais estão muito sedimentados, em parte, eles funcionam e com isso torna-se complicado fazer mudanças profundas, por outro lado encontramos-nos em processos desiguais de aprendizagem e evolução pessoal e social.”

Com isso, quando os métodos são passados sem significados, o processo de aprendizagem torna-se vago, uma vez sua aplicabilidade depende primeiramente da sua lembrança e estes métodos em sua grande maioria não conseguem ser suficiente para solucionar alguns problemas mais complexos. Isto pode ser enfatizado pelo momento em que, E4 frustrada após algumas tentativas de relembrar a fórmula e não conseguir, a estudante começa a pensar sobre a viabilidade de percorrer outros caminhos para a resolução e solicita ajuda das colegas. O comportamento inicial da estudante sugere sua dificuldade em dar significado para as atividades algébricas que lhe são propostas, adotando, na maioria das vezes uma postura meramente repetidora de procedimentos que o professor utiliza no desenvolvimento do conteúdo em sala de aula (Castro, 2003)

Contudo, a fala de E3, “*Pessoal, não é necessário descobrir a fórmula para conseguir resolver isso*”, soou como interferência ao posicionamento de E4 em relação à busca por uma abordagem alternativa para a resolução do problema, destacando assim a disposição de E3 para explorar diferentes estratégias. Em seguida, E2 apresenta suas reflexões acerca da tarefa, demonstrando o entendimento em relação à organização figural da sequência, sugerindo assim, uma nova perspectiva de resolução.

Este comportamento de E4, instigado pelo pensamento expressado por E3 e E2 através da interação, admite a possibilidade de outras inferências, pois, na perspectiva da fala de E3, insinua-se que, em determinados contextos a compreensão de um conceito não é imperativa a sua aplicabilidade. Ademais, os questionamentos realizados por E3 e E2, faz a estudante E4 refletir que, a utilização do conhecimento em torno de uma fórmula matemática não é estritamente importante para sua utilização, uma vez que, poderá ser utilizado novos métodos de resolução, dado o contexto que o problema se encontra.

Nesse contexto, a prática de ação-reflexão emerge como um elemento pertinente na interação entre E4 e suas colegas de grupo, dado que, possibilita a engajar-se ativamente na experimentação das hipóteses, refletir sobre suas vivências e ajustar suas estratégias de aprendizagem com base nessas reflexões realizadas também de maneira colaborativa, como observamos no diálogo das estudantes. Para Horn e Staker (2015), essa prática possibilita a exploração de diferentes abordagens educacionais; desde a identificação das mais eficazes para o estudante, até a contínua adaptação do seu

envolvimento em relação à aprendizagem durante a trajetória da rotação, tornando o ensino personalizado.

Foi observado que a integração dos elementos do modelo rotacional, como a colaboração e a aplicação da prática da ação-reflexão, desempenhou um papel fundamental para E4 e as outras estudantes do grupo. Uma vez que E4, ao interagir com o conteúdo e com suas colegas, têm a oportunidade de refletir sobre suas experiências e, conseqüentemente, aprimorar o aprendizado, especificamente no que diz respeito ao pensamento algébrico. Moran (2013) discorre que os indivíduos aprendem melhor quando vivenciam e experimentam, descobrindo novas dimensões de significação que antes não era possível, e assim ampliando-se o círculo de compreensão. O autor acredita que “aprendemos mais quando estabelecemos pontes entre a reflexão e a ação, entre a experiência e a conceituação, entre a teoria e prática” (2013, p.28).

Na estação visual, E4 demonstra a capacidade de se desenvolver colaborativamente a partir da interação com as outras colegas do grupo. À medida que durante as discussões, ela compreende as ponderações referentes às características da sequência apresentadas pelas suas colegas de grupo a partir dos seus questionamentos. Além disso, percebemos que a estudante reflete a maior parte do tempo em conjunto, concentrando grande parte de suas hipóteses nos questionamentos realizados em grupo, evidenciando assim a importância do trabalho colaborativo para consolidação do aprendizado (Torres; Irala, 2014).

Nesse sentido, a oportunidade de participar de diálogos e trocas de ideias em grupo é indicada como um aspecto importante para o desenvolvimento cognitivo da estudante. Conforme apontado por Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, (2015), é relevante destacar a postura de aprendizagem personalizada e colaborativa de E4, dado que, a personalização educacional, aqui enfatizada, refere-se à prática de adaptar o ensino às necessidades individuais de cada estudante, considerando suas habilidades, interesses e estilos de aprendizagem. Paralelamente, a colaboração implica no trabalho conjunto dos estudantes, de um modo geral, em atividades de aprendizagem, promovendo a partilha de ideias, discussões de conceitos e resolução de problemas de forma colaborativa.

Durante a sua trajetória na estação visual, E4 não apresentou, visivelmente, fragilidades metodológicas significativas. Pelo contrário, ela se adapta bem à dinâmica de rotação entre estações, demonstrando compreensão e aproveitamento da estrutura proposta. Este fato pode ser evidenciado a partir da postura da estudante ao iniciar a estação fazendo uma leitura detalhada da ficha de registro se importando tanto com o

gerenciamento do tempo, quanto com o desfecho da tarefa, bem como sua habilidade de convidar todas as integrantes do grupo para resolver a tarefa de forma colaborativa. De acordo com Horn e Staker (2015), sua habilidade de gerenciar o tempo de reflexão individual, bem como o de participar de discussões coletivas, indica uma navegação eficiente dentro do modelo proposto.

Para tanto, de acordo com Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015), é possível relacionar esse comportamento do E4 em relação à Aprendizagem Personalizada, uma vez que, essa modalidade sugere que o processo de aprendizagem é adaptado às necessidades específicas de cada aluno. Nesse sentido, à medida que E4 demonstra habilidades de autogestão e adaptação, o modelo de rotação entre estações pode potencializar a personalização do seu processo de aprendizagem (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani; 2015), uma vez que o modelo considera suas necessidades individuais, e, ao mesmo tempo coletivo, quando potencializa duas hipóteses e questionamentos individuais considerando a interação coletiva em busca de uma solução para a atividade

E4 na Estação Ação (Segunda participação / Rotação dia 01)

Quanto à segunda estação percorrida, a estudante mostra um entendimento imediato acerca da sequência apresentada de forma numérica, e imediatamente fala “– Já percebi que a razão dessa é três, vamos fazer pela fórmula da PA mesmo”, o que sugere uma facilidade no modo que a sequência foi apresentada, ou até mesmo sua inclinação positiva para esse tipo de sequência. Além disso, esse movimento de E4 indica uma boa capacidade de ação, mas, talvez, uma abordagem limitada à reflexão sobre o conteúdo de maneira mais profunda. Assim como na estação anterior, sua rápida identificação da razão da sequência e a adoção imediata de uma fórmula para resolver o problema, mostram uma preferência por soluções diretas e eficientes, limitando o espaço para explorações mais profundas e reflexões sobre o problema proposto. De acordo com Almeida (2017) este fato pode ser consequência de um ensino pautado em manipulações matemáticas desprovidas de quaisquer significados.

Durante a trajetória dessa estação, a estudante exerce uma influência significativa sobre suas colegas, guiando-as a adotar a mesma abordagem baseada em fórmulas que ela escolheu. Dessa maneira, seu posicionamento enfatiza sua capacidade de liderança sobre as outras colegas do grupo. Contudo, conforme exposto por Horn e Staker (2015), este posicionamento diante da formação do grupo, pode ser considerado algo natural, uma

vez que existem estudantes que apresentam maior domínio para posição de instruir e incentivar outras pessoas, isso demonstra uma liderança forte e capacidade de persuasão.

Entretanto, uma vez que E4 guia as outras estudantes para adotarem uma forma de resolução, E3 acaba renunciando a suas análises individuais motivadas pelo método prático de resolução proposto por E4. Assim, a colaboração parece ter se limitado à discussão em torno do problema, na medida que o momento de resolução se tornou algo repetitivo, limitando a busca por outros caminhos com criticidade e autonomia (Moran, 2013), concentrando este momento apenas ao uso da fórmula da progressão aritmética sem explorar outras possíveis interpretações ou significados da sequência numérica.

Além disso, percebemos que, a partir do seu poder de persuasão, a individualidade das outras colegas do grupo foi influenciada. Uma vez que a colaboração efetiva foi alcançada, mas focalizada em uma abordagem específica, potencialmente à custa de uma compreensão mais ampla e variada do problema. Com isso, por mais que a metodologia escolhida potencialize o desenvolvimento de habilidades não cognitivas, como a criticidade e a colaboração (Bacich, Neto, Trevisani, 2015), nessa estação, E4 evidenciou a potencialização da colaboração superior à criticidade.

Desse modo, mesmo que a estudante tenha demonstrado um entendimento sólido entre a sequência e o conteúdo de progressão aritmética, percebemos a presença de lacunas conceituais, em que E4, a partir da abordagem adotada, não explora de forma mais abrangente aspectos importantes referentes a sequência, que vão além da aplicação de fórmulas e baseiam sua resolução numa generalização aritmética (Radford, 2013). Em uma de suas falas durante a discussão, a estudante interrompe a E3 e fala: “– **Vamos fazer por PA mesmo. Está fácil, precisa pensar em nada mais não**”. Neste momento, percebe-se que ela se apropria do conhecimento da razão para encontrar os próximos termos da sequência apenas somando essa razão termo a termo, e aplicando a fórmula da progressão aritmética, como podemos observar no registro escrito da estudante:

Figura 24: Registro escrito da estudante E4 na estação ação

Handwritten work showing the calculation of terms in an arithmetic sequence using the general formula $a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$.

Left side calculations:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$a_5 = 2 + (5-1) \cdot 3$$

$$a_5 = 2 + 12$$

$$a_5 = 14$$

$$a_{20} = 2 + (20-1) \cdot 3$$

$$a_{20} = 2 + 57$$

$$a_{20} = 59$$

Right side calculations:

$$a_6 = 2 + (6-1) \cdot 3$$

$$a_6 = 2 + 15$$

$$a_6 = 17$$

Below the calculations, there is a small vertical calculation:

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 3 \\ \hline 57 \end{array}$$

At the bottom, the student writes:

2º PASSO

↳ Obtemos a razão observando a sequência, e em seguida utilizamos a fórmula geral da P.A.

Fonte: acervo da pesquisa

A reação da estudante ao problema sugere uma preferência por métodos analíticos e com uso de fórmulas para resolver problemas, refletindo uma personalização do aprendizado (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2015) em direção a abordagens que ela encontra mais acessíveis e facilitadoras. Isso indica que a estação “ação” não conseguiu atender em sua totalidade a diferentes estilos de aprendizado, permitindo que E4 aplicasse e compartilhasse seu método mais pragmático para resolução dos problemas.

Divergindo do que Moran (2013) expõe acerca do que seria uma ação pedagógica eficiente, “que leve a produção do conhecimento e que busque formar um sujeito crítico e relativo [...], acrescida da valorização da ação-reflexiva.” (p.93). Assim, percebemos ao longo da estação que, provavelmente, a partir da postura de E4, as colegas não evidenciaram autonomia quanto ao processo de personalização e ação-reflexão e se apoiaram em um único método.

Dessa forma, uma possível fragilidade metodológica revelada é a possibilidade de que a abordagem de E4, focada em encontrar e aplicar uma fórmula, desencorajou a exploração mais aprofundada e a reflexão sobre o problema. Embora a eficiência seja uma vantagem, há o risco de superficialidade no entendimento conceitual se os estudantes se apoiarem excessivamente em fórmulas (Almeida, 2017). Além disso, há a possibilidade dessa escolha pelo processo mais rápido ser reflexo de uma falta de gerenciamento do tempo dedicado para conclusão da estação, pois, em um dos momentos

de interação, E4 solicita que as estudantes sejam rápidas para concluir a tarefa. Essa tendência em optar pela “celeridade” e pela solução prática pode ocasionar uma preferência pelo “imediatismo”, o que é compreensível em contextos em que o tempo é limitado. No entanto, o campo da Matemática, beneficia-se significativamente da reflexão e da compreensão conceitual, que são fundamentais para a aprendizagem plena e para a capacidade de aplicar o conhecimento em contextos diversos (Almeida, 2017).

E4 na Estação Mão na Massa (Terceira participação / Rotação dia 01)

Quanto à trajetória metodológica, ficou evidente que E4 se adaptou bem à proposta, demonstrando estar atenta ao horário e questionando constantemente sobre o tempo restante. Ao iniciar a estação, ela prontamente sugere aos colegas “*vamos ler logo a ficha para saber o que teremos que fazer nesta estação*”, evidenciando um comprometimento forte com os aspectos essenciais da organização da estação. Essa atitude, na perspectiva Horn e Staker (2015), reflete sua preocupação com o tempo disponível, a interação entre as colegas e a compreensão da atividade proposta na ficha de registro, visando garantir que todas consigam executar a atividade proposta de forma colaborativa. É importante destacar que a fala de E4, embora reflita uma preocupação louvável com a gestão do tempo e o entendimento coletivo da tarefa a ser realizada, pode ser vista sob um prisma crítico por possivelmente priorizar, novamente, a celeridade em detrimento da profundidade de entendimento e reflexão individual.

Ao instigar inicialmente, a leitura imediata da ficha para compreender rapidamente a tarefa da estação, E4 parece enfatizar para as colegas apenas a conclusão para avançar na atividade, o que denota uma predisposição à conclusão “apressada” das tarefas sem permitir um tempo adequado para a reflexão e/ou debate aprofundado entre as participantes. Em contraponto, de acordo com Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015) enquanto a organização e a eficiência são indispensáveis, é essencial equilibrá-las com momentos de reflexão individual e discussão coletiva, de modo a não sacrificar a qualidade do aprendizado pela velocidade.

Contudo, ao longo da discussão, a estudante exibe um equilíbrio significativo entre ação e reflexão, adaptando sua abordagem ao desafio apresentado. Acredita-se que essa postura foi estimulada pela sequência apresentada na tarefa, na qual não apresentava quaisquer semelhanças com as que a estudante possuía familiaridade, e como expressado por Moran (2013, p.96), “o aprendiz é movido pela dúvida, encontra o prazer da

descoberta, da investigação e da pesquisa.”.

De maneira distinta das estações anteriores, em que a estudante optou por abordagens mais diretas e focada em fórmulas, nessa estação ela inicia o processo com uma análise individual, o que sugere uma disposição para refletir profundamente sobre o problema antes de engajar em discussões coletivas. Na metodologia híbrida rotacional, momentos como esses proporcionam tanto a valorização dos momentos individuais do ser, quanto o colaborativo (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2015). O esforço da estudante para resolver o problema, a hesitação e a vontade de desistir diante das dificuldades, mostram um processo de reflexão mais intenso e pessoal em comparação com sua abordagem anterior.

A seguir apresentamos um recorte do diálogo em que E4 compartilha suas hipóteses com as outras integrantes do grupo (E1, E2 e E3 ainda testavam métodos e hipóteses por tentativa e erro):

E4: “Minha gente, mas a regra tem que valer para todos”

E2: “Nada tá fazendo sentido nessa sequência, não estou vendo nada igual aí de um termo para outro.”

E4: “Gente, é 3 vezes 3. Vamos contar, dá 9. E esse aqui é 2 vezes 2 (apontando para o 2º termo da sequência) que tem 4 triângulos.”

E3: “Vamos dividir a figura. Separa esse 3º, aí tirando a parte que está no 2º. Agora observa que ficou 3 triângulos na parte de baixo que significa o termo 3 e mais no 2 na parte de cima, que é 3 menos 1.”

E4: “Não concordo com a E3, porque tem que valer para todos e não está valendo para o primeiro e o segundo. Não faz sentido nenhum isso.”

Observamos que a colaboração continua sendo um ponto forte para E4, embora desta vez ela pareça mais receptiva às ideias de suas colegas desde o início. A mudança para discussões coletivas, após uma fase de reflexão individual, e a interação com outras estudantes sobre diferentes abordagens para analisar a sequência, destacam uma dinâmica de grupo mais integrada e colaborativa. Isso sugere um crescimento em sua capacidade de trabalhar em equipe, valorizando as contribuições de todos, inclusive pontuado na folha de apoio todas as hipóteses citadas pelas outras integrantes do grupo. De acordo com Filatro e Cavalcante (2022) essa postura da estudante foi de fato efetiva para colaboração, uma vez que ocorreu tanto uma comunicação oral, quanto escrita.

A consistência demonstrada pela estudante em manter uma postura firme diante do problema proposto na estação foi notável. Ao contrário da estação anterior, em que desistiu de suas reflexões escolhendo o caminho mais rápido com a utilização de fórmulas, nesta ela persiste na análise individual, evidenciando um engajamento mais

determinado em sua abordagem de resolução de problemas. Esse comportamento, na perspectiva de Bacich, Neto e Trevisani (2015) pode indicar um aumento na autonomia e determinação na resolução de problemas.

Essa evolução demonstra uma maior maturidade acadêmica por parte de E4 e um aprofundamento de suas habilidades de resolução de problemas e uma disposição para enfrentar desafios com mais determinação. Essa mudança pode ser compreendida, na concepção de Moran (2013) com aspecto positivo, sugerindo um desenvolvimento cognitivo significativo e um aumento da autoconfiança de E4 em seu processo de aprendizagem, o que é essencial para o seu crescimento acadêmico e pessoal.

A estação mão na massa evidencia uma adaptação significativa no estilo de aprendizado de E4. Ela é desafiada a abandonar métodos convencionais (como a utilização de fórmulas matemáticas prontas) e a explorar novas formas de entender o problema. Sua capacidade de se ajustar e buscar soluções fora de sua zona de conforto demonstra flexibilidade e uma personalização do processo de aprendizado, que agora incorpora tanto a reflexão individual quanto o aprendizado colaborativo (Bacich, Neto, Trevisani, 2015). Para Garcia Hoz (2018) o indivíduo só é em comunicação, isto é, só se manifesta a partir do diálogo com o outro, assim, o desenvolvimento do ensino aprendizagem é muito mais efetivo quando combina o respeito às necessidades e potências, à medida que favorece o desenvolvimento dirigido ao outro e ao bem comum.

Podemos perceber a evidência disto quando a estudante faz ponderações críticas e significativas sobre as características da sequência da tarefa em um momento em que as outras colegas do grupo apresentavam dificuldades em interpretá-la. Dessa maneira, consideramos que a estudante na estação mão na massa abandona seu posicionamento passivo de escutar, ler, decorar e repetir fielmente os ensinamentos do professor, e torna-se criativa, crítica, pesquisadora e atuante para produzir conhecimento (Moran, 2013).

Embora a estudante demonstre uma compreensão da metodologia da tarefa, entendendo o que precisaria resolver no tempo definido, sua frustração com esse tempo e a dificuldade de adaptação inicial ao problema, apontam para fragilidades metodológicas. Estas são, no entanto, superadas ao longo da atividade através da colaboração e da reflexão, sugerindo que tais fragilidades podem ser mais relacionadas à familiarização com novos formatos de problemas, como foi o caso da sequência dessa estação. Mas, pode estar relacionado com o fato dela identificar que, além da resolução do problema, deveria concluir a estação com a gravação de um *podcast*. Podemos perceber isso a partir do recorte do diálogo entre as estudantes em que E4 demonstra apreensão para concluir a

estação do tempo estimado:

E4: “Gente, precisamos chegar na resposta logo, olha o tempo.”

E1: “A gente só consegue gravar esse podcast quando conseguir fazer a questão.”

E4: “Eu não sei gravar podcast, vamos precisar pensar nisso também.”

Pesquisadora: “Não precisam se preocupar, o monitor da estação ajudará vocês a mexer no celular para gravar o podcast.”

E4: “Então gente, vamos fazer logo isso. Olha o tempo”

E3: “Calma, E4, temos tempo ainda. Faltam 15 minutos.”

Ao longo da estação, E4 apresenta algumas lacunas conceituais, uma vez que durante a interação com suas colegas, compartilhando suas reflexões e ponderando sobre o que as outras integrantes do grupo já haviam discutido, foi observado que a estudante tenta aplicar técnicas similares às utilizadas nas primeiras estações para solucionar o problema da estação atual. Abaixo destacamos algumas hipóteses sugeridas pela estudante ao longo da discussão:

— “Gente, é 3 vezes 3. Vamos contar, dá 9. E esse aqui é 2 vezes 2 (apontando para o 2º termo da sequência) que tem 4 triângulos.”

— “Do primeiro para o segundo adicionou 3, do segundo para o terceiro adiciona 5 e depois mais 7 e aí começa tudo **novamente, a razão pode ser sempre números ímpares**”

— “Pode ser uma progressão geométrica”

— “Vamos somar o 4º termo com 9. 16 mais 9, 25”

No entanto, ao perceber a inviabilidade de algumas abordagens, ela retoma o estado de análise e reflexão sobre a sequência. Sugerindo que os momentos de ponderações equivocadas foram necessários para consolidar o conteúdo. Durante esse período, E4 esteve receptiva às ideias e aos *feedbacks* das colegas, o que evidencia uma colaboração efetiva durante o processo de resolução (Bacich, Neto, Trevisani, 2015)

Embora seja compreensível que ela tenha tentado resgatar estratégias que já haviam sido bem-sucedidas no passado, o fato de não ter imediatamente explorado outras abordagens sugere uma certa rigidez ou falta de adaptabilidade em sua maneira de enfrentar novos desafios. Nesse sentido, E4 demonstra lacunas conceituais ao abordar problemas de sequências numéricas, em que não existe uma razão para ser acrescentada de um termo para outro, e faz tentativas de aplicar métodos já testados ou conhecidos para resolver. Isso sugere uma crença em um algoritmo de resolução exclusivo para esse tipo de problema. No entanto, ao tentar solucionar o problema, suas ponderações sugerem uma fundamentação conceitual baseada em regras e manipulações repetitivas (Almeida, 2017).

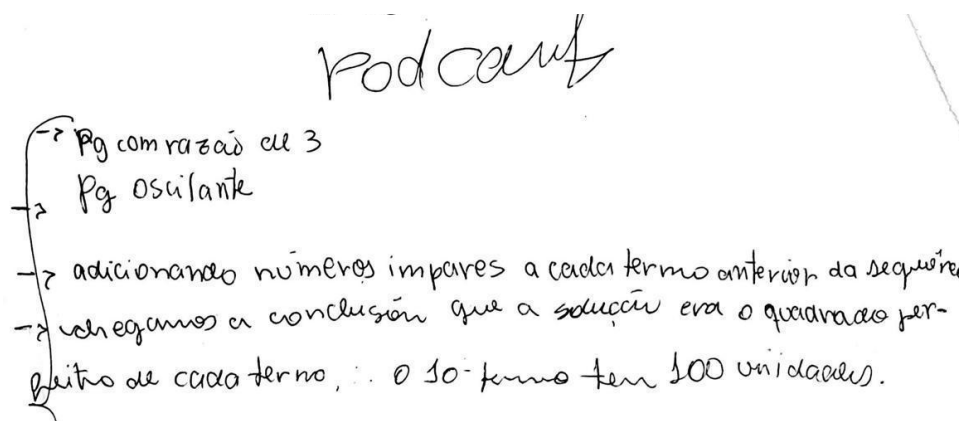
Quando confrontadas com a necessidade de utilizar um instrumento tecnológico na estação, E4 inicialmente expressou preocupação e buscou esclarecimentos com o monitor responsável. A “apreensão” inicial decorreu da interação com um instrumento possivelmente desconhecido, o que, necessariamente, levanta reflexões sobre a importância da familiaridade e da adequação tecnológica ao contexto educacional das estudantes (Bacich, Neto, Trevisani, 2015).

Contudo, a ansiedade foi rapidamente mitigada pela garantia do monitor de que o recurso tecnológico (celular) estava alinhado à realidade das estudantes e de que ele estaria disponível para assistência, facilitando assim a continuidade na resolução do problema proposto. Esse episódio destaca o papel do suporte pedagógico e da escolha criteriosa de instrumentos tecnológicos que se harmonizem com o contexto e as necessidades das estudantes, reforçando a importância também de uma infraestrutura que seja ao mesmo tempo contextualizada e acessível (Horn; Staker, 2015).

Além disso, o momento que antecedeu a gravação do *podcast* foi marcado por uma forte inquietação de E4 em relação ao roteiro do que deveria ser dito na gravação e ela só se acalmou a partir dos diálogos com E3, que aproveitou o momento para direcionar o roteiro de fala de E4. Diante disso, refletimos sobre um dos papéis importantes das TDIC na aprendizagem, na qual encoraja a necessidade de entreaajuda e a maneira colaborativa de desenvolver autonomia, espírito crítico e atitude de trabalho coletivo (Moran, 2013).

A partir desse momento percebemos que, de fato, E4 se preocupou em ser clara e objetiva nas suas palavras durante a gravação, pontuando que, “*podcast a pessoa tem que entender sem ver nada, é como um rádio*”. Sua fala evidencia um certo domínio em relação a gravação e, conseqüentemente, ela considera essa fase tão importante quanto a da resolução. No momento de gravação, E4 faz algumas pausas que demonstram comprometimento ao roteiro previamente escrito, e ao concluir a gravação, demonstra uma postura aliviada e de felicidade, o que de acordo com Bacich, Neto e Trevisani (2015) evidencia um dos aspectos positivos da utilização das TDIC no ensino, potencializando o aprendizado da estudante, bem como seu bem-estar em reação à dinâmica.

A figura abaixo apresenta o relato escrito do roteiro da gravação do *podcast*, evidenciando os caminhos percorridos pelas estudantes até chegar à resolução.

Figura 25: Roteiro escrito por E4 para gravação do podcast

Fonte: acervo da pesquisa

Desse modo, sua evolução ao longo da atividade, culminando na compreensão do padrão da sequência, indica um avanço na superação das lacunas conceituais, apresentadas inicialmente, através de uma aprendizagem significativa e colaborativa. Acreditamos que isso foi consequência do momento de interação com suas colegas, o que de acordo com Bacich, Neto e Trevisani destaca (2015, p.47), esse “clima de acolhimento, confiança, incentivo e colaboração é decisivo para uma aprendizagem significativa e transformadora”.

E4 na Estação Desvendando o mistério (Quarta participação / Rotação dia 02)

Analisando a trajetória de E4 na segunda rotação por estações, observamos que a primeira estação desse momento, (desvendando o mistério) evidencia a evolução da estudante em vários aspectos fundamentais para o aprendizado colaborativo e individual. Uma vez que ela inicia a estação fazendo leituras e refletindo individualmente, antes de conduzir as interações. A estudante demonstra uma maturidade crescente em equilibrar ação e reflexão. De acordo com Bacich, Neto e Trevisani (2015) sua abordagem inicial, buscando a participação das colegas e rememorando aprendizados anteriores, reflete uma disposição para a reflexão colaborativa antes de agir.

A estudante inicia as interações em grupo argumentando “*pronto, todas já leram, o que vamos fazer aqui, alguém tem alguma ideia?*”, a maneira como ela conduz o grupo, fazendo perguntas que promovem a reflexão coletiva, indica um desenvolvimento significativo na sua capacidade de ação-reflexão mediada pela colaboração dentro do seu

processo de aprendizagem, como já havíamos percebido na primeira rotação, em que a estudante buscou promover a colaboração entre todas as integrantes do grupo. Além disso, em um dos momentos E4 engaja a participação de todas as colegas do grupo argumentando que “*a união faz a força*”, enfatizando que a interação entre as estudantes permitirá uma aprendizagem mais sólida, o que é comprovado por Filatro e Cavalcante (2022) que enfatiza que aprender de forma colaborativa, produz resultados melhores do que o indivíduo sozinho.

Há uma evolução notável na forma como o E4 promove a colaboração. Ela não apenas incentiva, contudo depende das percepções de suas colegas para construir o entendimento do problema. Esse comportamento fortalece o ambiente colaborativo, uma vez que além de promover o pensamento crítico, incentiva cada membro do grupo a sentir-se valorizado e responsável pela resolução do problema (Filatro, Cavalcante, 2022).

Em um dos momentos observamos E4 incluindo E2 (estudante mais tímida) na discussão, e de forma respeitosa, faz uma pausa na discussão para dar atenção à hipótese de E3, sugerindo assim, a habilidade adquirida por E4 de liderar colaborativamente considerando as reflexões individuais as outras estudantes.

Nessa estação, percebe-se um amadurecimento conceitual por parte de E4, uma vez que ela personaliza a abordagem ao problema ao incentivar a exploração de conceitos matemáticos variados, em vez de se concentrar em fórmulas específicas (como apresentado na primeira rotação). Dessa maneira, a estudante traz evidências que demonstram a tomada de consciência acerca de significados matemáticos construídos culturalmente (Moretti; Radford, 2021). Além disso, sua disposição para se afastar das soluções convencionais e explorar novas ideias com as colegas demonstra uma abertura para personalizar o processo de aprendizagem em função das demandas do problema (Bacich, Neto, Trevisani, 2015). Demonstrando assim um amadurecimento em relação às outras estações em que a estudante se concentrou na utilização de fórmulas.

A contribuição da estudante foi fundamental para a resolução do problema, pois suas análises foram perspicazes, substanciais e bem embasadas. Ela desempenhou um papel eficaz nas discussões em grupo, compartilhando suas reflexões e estratégias para abordar o problema. Tal comportamento ressalta a importância da metodologia híbrida rotacional em reconhecer e valorizar tanto os momentos de reflexão individual quanto os aspectos colaborativos (Horn, Staker, 2015). A estudante demonstrou habilidade para formular reflexões sólidas de maneira independente e, posteriormente, integrá-las de forma colaborativa. Durante as interações em grupo, ela também demonstrou uma

capacidade sólida de comunicar suas ideias às colegas, evidenciando um alto nível de comunicação e colaboração no grupo (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2015).

Assim, consideramos que a abordagem de E4 nesta estação indica uma redução nas lacunas conceituais, já que ela e o grupo não se limitam a aplicar fórmulas memorizadas, mas buscam compreender e aplicar conceitos matemáticos de forma mais abrangente e rica de significados (Almeida, 2017). Esse comportamento sugere um amadurecimento em sua compreensão matemática, onde a resolução de problemas se baseia mais na compreensão conceitual do que na aplicação mecânica de procedimentos.

No decorrer da estação, E4 parece superar algumas fragilidades metodológicas apresentadas anteriormente, ao não restringir o problema a uma única abordagem e com isso incentivar todo o grupo a caminhar apressadamente, mas também ao se preocupar de forma cuidadosa em gerenciar o tempo de discussão em grupo, reflexões individuais, bem como a escrita da solução do problema na folha de apoio.

O comportamento da estudante, sugere uma evolução na sua compreensão da metodologia híbrida rotacional, permitindo que ela consiga explorar diferentes conceitos matemáticos sob o viés de várias hipóteses, considerando que cada integrante do grupo pode acrescentar algo de acordo com sua perspectiva de análise, tornando isso uma força em vez de uma fragilidade. Este comportamento se torna um ponto positivo da estudante, pois, ela considera que pessoas diferentes, aprendem em ritmo e de forma diferente, mas que a partir de uma colaboração, respeitando a personalização, o grupo todo consegue aprender de forma significativa (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2015).

E4 na Estação Revelando o Mistério (Quinta participação / Rotação dia 02)

Na estação Revelando o Mistério, o comportamento de E4 revela desafios e progressos em sua trajetória de aprendizagem, especialmente ao lidar com situações em que a resposta não é imediatamente clara ou facilmente alcançada por fórmulas memorizadas.

Inicialmente, o comportamento da estudante sugere a retomada da postura apresentada na primeira rotação, em que ela parece agir sem aprofundar nas reflexões necessárias, ignorando as ponderações de E3 e mostrando dependência na utilização de fórmulas de maneira mecanizada e desprovida de significados (Almeida, 2017). Esse comportamento indica uma lacuna na habilidade de reflexão crítica e na capacidade de adaptar-se a novos tipos de problemas matemáticos, ou seja, aqueles os quais a estudante

não tem uma familiaridade. No entanto, ao final, quando ela mobiliza o grupo *para “pensar fora da caixa”*, há um esforço para mudar essa dinâmica, demonstrando uma tentativa de equilibrar a ação com a reflexão.

No decorrer da estação, a estudante inicialmente enfrenta dificuldades em promover uma colaboração efetiva, tendendo a ignorar contribuições importantes das colegas. Contudo, ao longo da atividade, ela busca reverter essa postura, incentivando a participação do grupo na busca por soluções alternativas. Esse esforço para retomar uma abordagem colaborativa, apesar dos obstáculos, destaca a importância do trabalho em equipe no processo de aprendizagem, em que a dinâmica de uma aprendizagem personalizada e colaborativa, tem o papel de promover o potencial de todos como pessoas a partir dos diálogos e das trocas de ideias que acontecem durante o processo de resolução de um problema (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2015).

Durante a trajetória nessa estação, a estudante volta a demonstrar uma forte inclinação para abordagens matemáticas com as quais se sente confortável, como a utilização de fórmulas, nesse caso, a da progressão aritmética, sugerindo assim, um posicionamento característico de sua aprendizagem personalizada, em que faz suas próprias escolhas ao longo do caminho percorrido (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2015). Contudo, torna-se evidente sua dificuldade em personalizar sua estratégia de resolução diante de um problema que requer um pensamento mais abstrato, embora haja uma tentativa posterior de adaptação. Este comportamento reflete o desafio comum de se afastar de métodos conhecidos para explorar novas formas de pensar, e aprender novas maneiras de aprender (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2015).

A dependência de fórmulas e a resistência inicial em explorar soluções criativas sugerem algumas lacunas conceituais no processo de aprendizagem da estudante. A dificuldade em abstrair e aplicar conceitos de maneira flexível representa um obstáculo significativo, embora o reconhecimento posterior da insuficiência das fórmulas de Progressão Aritmética indique o desejo em avançar na superação dessas limitações. Durante o momento de resolução, a estudante, mais uma vez, se apropria do processo de “tentativa e erro” buscando encontrar a solução do problema.

Isto pode ser consequência da forma como a linguagem algébrica é apresentada nas escolas (Almeida, 2017), não levando em consideração os significados que motivam a existência das fórmulas, ou até mesmo das manipulações que são realizadas. Concordando com Moran (2013) que este tipo de aprendizagem, em que o aluno age passivamente diante dos conteúdos precisam ser superados com o intuito de favorecer

uma aprendizagem em que o aluno é “instigado a buscar o conhecimento, a ter prazer em conhecer, a aprender a pensar, a elaborar informações para que possam ser aplicadas (p.86).

Durante o tempo dedicado à estação, E4 fica frustrada em relação ao passar do tempo e a falta de hipóteses pertinentes para resolução. Sua frustração culmina inicialmente em uma fala “*gente, não dá certo, desisto*”, em seguida uma postura silenciosa, evitando diálogos e refletindo individualmente. Essa postura da estudante evidencia uma fragilidade metodológica em relação a gerenciar o tempo e os diálogos em grupo, de modo que conseguissem encontrar a melhor maneira de solucionar o problema. Contudo, uma vez que ela se mantém em silêncio como forma de refutar os diálogos que estão acontecendo durante o momento da estação, ela demonstra não se importar com a colaboração nessa estação, acreditando que esse não seria o melhor caminho para chegar à solução, e apenas muda seu posicionamento após uma intervenção rápida da pesquisadora incentivando-a engajar-se com todas as colegas do grupo.

A experiência da estudante na estação "revelando o mistério" ilustra um percurso complexo de aprendizagem, marcado por desafios na reflexão crítica, na colaboração efetiva, na personalização de estratégias, na manutenção da conexão com o objetivo de aprendizagem, na superação de fragilidades metodológicas e no fechamento de lacunas conceituais (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2015). Apesar das dificuldades, os esforços da estudante e do grupo para alcançar uma compreensão mais profunda, buscando soluções criativas, refletem aspectos importantes do processo de aprendizado: a resiliência diante do fracasso e a capacidade de buscar novas perspectivas diante de desafios. (Bacich, Tanzi Neto, Trevisani, 2015).

E4 na Estação Explicando o Mistério (participação / Rotação dia 02)

Em relação à última estação do processo interventivo, E4 inicia a atividade com uma postura reflexiva, buscando confirmar suas hipóteses através da revisão do enunciado e da validação de ideias com o grupo. Essa abordagem indica uma capacidade de alternar entre ação e reflexão, reconhecendo a importância de validar suposições antes de prosseguir. A hesitação inicial, seguida pela busca de confirmação e posterior ação, exemplifica um ciclo eficaz de aprendizado experiencial. Dessa forma, percebemos que a estudante se comporta como um sujeito ativo, envolvendo-se de forma intensa em seu processo de aprendizagem, uma vez que reflete sobre o que está acontecendo durante o

momento da estação (Filatro, Cavalcante, 2022).

A colaboração se apresenta como um elemento central na dinâmica do grupo da estudante. A decisão da estudante E4 ser a protagonista do vídeo é tomada coletivamente, refletindo uma dinâmica de grupo na qual as decisões são compartilhadas. Além disso, E4 se engaja ativamente com suas colegas durante o processo de preparação do vídeo, buscando e incorporando *feedback*, o que destaca a importância da colaboração na construção do conhecimento e na realização de tarefas complexas (Bacich, Neto, Trevisani, 2015)

Quanto a isso, percebemos que enquanto E4 consegue se envolver na tomada de decisão sobre sua aprendizagem, mas também colaborar com a das outras colegas, ambas conseguem desenvolver novos conhecimentos. Além disso, durante a discussão sobre qual decisão tomar, E4 passa por um ciclo de decisão-ação-feedback-reflexão (Filatro, Cavalcante, 2022). Assim, o momento de interação tanto favorece a colaboração, quanto a personalização da sua aprendizagem. (Bacich, Neto, Trevisani, 2015).

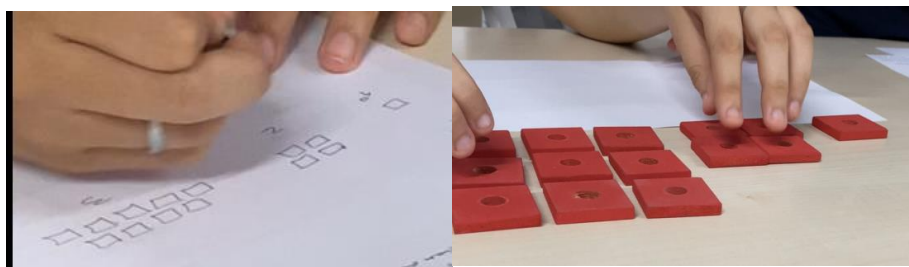
De acordo com Moran (2013) esta fase de discussão crítica e reflexiva no processo de aprendizagem, não apenas estimula os alunos a apresentarem suas próprias sínteses, como também permite que esses confrontem suas investigações, promovendo a compreensão e respeito pelos diferentes pontos de vista. Pois, ao expor os alunos a opiniões divergentes, a discussão crítica cria um desequilíbrio inicial que, por sua vez, desencadeia uma reestruturação do pensamento, essencial para o desenvolvimento de uma compreensão mais profunda e estruturada do tema estudado. A liberdade de expressão, torna-se fator marcante nesta fase, respeitosa e criteriosa, provoca a conscientização e a participação efetiva de todas as estudantes.

A estudante mostra uma disposição para personalizar sua abordagem ao aprendizado, evidenciada pelo desejo de utilizar materiais manipuláveis para explicar o problema. Embora ela acabe não seguindo esse impulso inicialmente, a escolha de focar na explicação escrita e na preparação detalhada para a gravação do vídeo demonstra uma compreensão de como ela aprende e transmite conhecimento de maneira eficaz. Na perspectiva de Behrens (2013, p.110) “as atividades didáticas que contemplam a tecnologia da informação permitem ao aluno ir além da tarefa proposta, em seu ritmo próprio e estilo de aprendizagem.”

No momento de gravação do vídeo, a estudante recebe recomendações das colegas, em especial de E1 e faz uso do material manipulável para gravação, sugerindo que “*usando o material, o vídeo fica mais didático e bonito*”. Diante disso, concordamos

com Behrens (2013, p.110) quando discorre que “os alunos são dotados de inteligências múltiplas e podem ser despertados para colocar suas habilidades e competências a serviço da produção do conhecimento individual e coletivo. A possibilidade de criar e de compor aflora o talento.” É importante pontuar o movimento realizado pelas estudantes que, antes de organizar o material manipulável, desenha na folha de apoio o esboço da gravação, como pode ser observado na Figura 25.

Figura 26: Registro do esboço realizado pelas estudantes



Fonte: acervo da pesquisa

Ao longo da estação, a estudante procura estabelecer uma conexão entre o conteúdo aprendido e sua apresentação no vídeo. A preocupação em garantir que a explicação seja clara e bem fundamentada indica uma busca por conexões significativas entre a teoria e a prática, entre o conhecimento adquirido e sua aplicação. A partir disso, percebemos que a estudante, de fato, compreende que é importante ter o domínio do que vai ser falado e ensinado no vídeo, tanto quanto a forma como irá apresentar esse material. De acordo com Bacich, Neto e Trevisan (2015) as tecnologias digitais, quando escolhidas adequadamente, podem, de fato, facilitar a aprendizagem à medida que manipulam o artefato, fazendo com que a aprendizagem seja ainda mais sólida, de modo que o estudante consiga fazer conexões profundas.

Durante o momento de organização do vídeo, a estudante sentiu a necessidade de regravar o vídeo devido à preocupação com a gestualidade e a atenção excessiva à forma de apresentação, em detrimento do conteúdo, revelando assim algumas fragilidades metodológicas, que logo no decorrer das tentativas são sanadas por meio da interação entre as colegas do grupo, o que de acordo com Bacich, Neto e Trevisani (2015), os feedbacks precisam fazer parte do processo de aprendizagem dentro da abordagem híbrida.

Esta situação mostra o desafio de equilibrar forma e conteúdo, uma habilidade essencial em processos de comunicação eficazes. Em contrapartida, diferente da estação “mão na massa” (terceira estação da primeira rotação), E4 se mostra mais confiante ao

manipular o artefato tecnológico e realizar a gravação. Isso pode ser consequência do amadurecimento da estudante em relação às TDIC (Bacich, Neto, Trevisani, 2015), ou até mesmo a forma como o material foi apresentado pelo monitor responsável, que tranquilizou o grupo em relação à gravação do vídeo.

Não são evidenciadas lacunas conceituais significativas na descrição do comportamento da estudante durante esta atividade. Pelo contrário, a eventual correção do vídeo para focar no conteúdo sugere uma compreensão adequada do problema e de sua solução. A preocupação em comunicar claramente o processo de resolução indica um esforço para superar qualquer lacuna na compreensão, tanto pessoal quanto dos colegas.

Por fim, a estudante demonstra uma evolução na sua abordagem ao aprendizado e na realização de problemas. Suas ações refletem um equilíbrio entre a ação-reflexão, a importância da colaboração, a personalização do processo de aprendizagem, a busca por conexões significativas, e o reconhecimento e superação de fragilidades metodológicas. Embora enfrente desafios, especialmente relacionados à comunicação eficaz, suas estratégias para superar esses obstáculos (como a preparação cuidadosa e a disposição para ajustar suas abordagens) destacam um compromisso com a aprendizagem profunda e a melhoria contínua.

Capítulo 5

Considerações finais

Esta pesquisa surgiu a partir da necessidade de discutir uma temática voltada para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico a partir das estratégias híbridas de ensino. A ideia central foi possibilitar uma discussão de que o Pensamento Algébrico, para além de uma linguagem simbólica, aliado com uma perspectiva personalizada, pode ser um processo pelo qual estudantes podem generalizar ideias matemáticas por diferentes meios semióticos, de modo que conseguimos caracterizar este pensamento a partir dos três vetores defendidos por Radford (2007, 2011b), a indeterminação, denotação e analiticidade. Além disso, o alicerce da pesquisa esteve pautado na concepção de que as Metodologias Ativas, em contraste com os espaços educacionais no tocante ao tempo em que vivemos, são fortemente influenciadas pela evolução da sociedade — marcada pelo desenvolvimento incessante das TDIC (Moran, 2015).

É perceptível que vivemos em um mundo altamente conectado e a utilização de tecnologias nos contextos educacionais podem contribuir positivamente para os processos de ensino e aprendizagem, uma vez que, se inseridas adequadamente, são capazes de favorecer o protagonismo dos estudantes a partir da personalização dos processos supracitados (Horn, Staker, 2018), possibilitando o estudante ser mais participativo e reflexivo (Moran, 2015). Sugere-se, portanto, que, a partir das Metodologias Ativas, é possível favorecer uma Educação com nuances personalizadas, de modo que os estudantes consigam, de acordo com suas necessidades individuais, adaptar-se ao que lhes é demandado (Voltz et al., 2019).

Nesse sentido, encontrou-se apoio metodológico, prático e teórico no modelo híbrido rotacional designado na RTE, como uma possibilidade alternativa de favorecer situações referentes aos processos de ensino e aprendizagem onde os estudantes pudessem favorecer o trabalho individual mais crítico e reflexivo como também a colaboração entre “pares” a partir da tomada de decisões coletivas, com o objetivo de concluir a atividade proposta em cada uma das estações (Horn; Staker, 2015).

Diante disso, foi possível investigar, com base nos objetivos propostos, de maneira profunda e detalhada a aplicação de uma estratégia pedagógica inovadora centrada no desenvolvimento do Pensamento Algébrico através da resolução de problemas com sequências recursivas, utilizando a estratégia híbrida do Modelo Rotacional de Rotação por Estações do modelo de Rotação por Estações.

A avaliação da personalização do ensino por meio desse modelo rotacional demonstrou ser fundamental para subsidiar tanto o processo de ensino quanto o de aprendizagem das sequências recursivas, evidenciando a emergência de elementos essenciais do Pensamento Algébrico, como indeterminação, denotação e analiticidade, nas respostas dos estudantes. Esses resultados contribuíram para o entendimento teórico sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico e ofereceram dados pertinentes para aprimorar estratégias pedagógicas voltadas para o ensino de matemática, em especial, da Álgebra.

Ao utilizar o modelo de Rotação por Estação nesta pesquisa, foi possível visualizar pontos relevantes destacados por Bacich; Tanzi Neto; Trevisani (2015) que são passíveis de ponderações e, evidentemente, devem ser resgatados aqui: flexibilização — o uso do modelo de Rotação por Estações, possibilitou uma maior personalização no tocante à flexibilização, constatada no comportamento das estudantes, que se adaptou às necessidades e aos diferentes estilos de aprendizagem das estudantes, respeitando a diversidade de formas de aprender. Em complemento, nos momentos de trabalho coletivo, é possível inferir que cada estudante conseguiu progredir na maioria das tarefas de acordo com seu próprio ritmo e preferência, individual e/ou coletivamente. Partindo desse primeiro ponto, é oportuno enfatizar que a estratégia aplicada, segundo a perspectiva de Bacich et al. (2018), promoveu a interação entre as estudantes, incentivando a troca de ideias e a construção coletiva, contribuindo assim, portanto, para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

O segundo ponto, este em relação ao desenvolvimento de diferentes abordagens para trabalhar o conteúdo de Sequências Recursivas, trata-se da Aprendizagem Prática, que nesse ponto dessa seção está associada a Aprendizagem Adaptada descrita por Hoz (2018) ao ser observada na prática, nas ações factíveis das estudantes, proporcionou-se às estudantes uma compreensão mais profunda e abrangente dos conceitos algébricos, desenvolvendo pensamento analítico, permitindo que elas explorassem as sequências sob diferentes perspectivas, tanto numéricas quanto figurativas (Vale, 2006)

Destarte, a abordagem híbrida promoveu um ambiente de aprendizagem rico e dinâmico, em que as estudantes puderam se envolver ativamente com o conteúdo. A combinação de diferentes tipos de tarefas e a flexibilização de espaço e tempo, contribuíram para uma experiência de aprendizagem satisfatória, dado os pressupostos teóricos adotados, que proporcionaram um percurso metodológico robusto para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos estudantes.

Quanto aos resultados, destaca-se que estes oferecem contribuições valiosas sobre o impacto da metodologia híbrida rotacional no desenvolvimento do Pensamento Algébrico entre as estudantes do Ensino Médio. Através da análise detalhada de todas as etapas, foi perceptível a evolução das estudantes ao longo de todo o processo prático, resultando em conclusões significativas que podem orientar a criação de novas abordagens para aprimorar as práticas pedagógicas.

Inicialmente, na Estação Visual, observou-se uma dificuldade inicial das estudantes ao serem inseridas à metodologia e a uma sequência figural. No entanto, essa dificuldade foi mitigada após uma conversa esclarecedora da pesquisadora com as estudantes, permitindo a adaptação ao novo formato metodológico. Nessa estação, olhando minuciosamente, percebeu-se que a estudante E3 evidenciou a partir das reflexões individuais e interações com as outras estudantes, o desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que ela deduz uma expressão capaz de resolver a tarefa a partir de uma análise espacial de cada termo da sequência (Vergel, 2015b), relacionando a quantidade de bolinhas com o valor posicional dele. A colaboração entre as estudantes foi fundamental para a compreensão conceitual de suas colegas, demonstrando a eficácia da interação em grupo para o aprendizado, facilitando a transição do aprendizado mecânico para um entendimento mais profundo e reflexivo. Como, por exemplo, quando E3 a partir de suas análises estimula E4 a abandonar a resolução mecanizada.

Já na Estação Ação, verificou-se que as estudantes demonstraram familiaridade com a metodologia, dado que elaboraram estratégias para conseguir concluir a tarefa em tempo ágil, considerando que cada estação tinha um tempo estimado para conclusão. Contudo, isto também dificultou a análise profunda da tarefa, porque as estudantes limitaram a resolução por meio da utilização da fórmula da PA. Nesse sentido, infere-se que essa estratégia adotada pelas estudantes não colaborou positivamente, por exemplo, na compreensão da estudante E3, pois, por mais que a estudante tenha cogitado a possibilidade de percorrer uma trajetória enriquecedora em significados algébricos sob a perspectiva de Radford (2006); as outras estudantes, em contraponto, fizeram

ponderações pertinentes no comportamento da estudante, possibilitando uma mudança na forma de “raciocínio” da E3 e, assim, propuseram a resolver o problema de forma mais expressiva e coerente.

Essa postura das estudantes, de certa forma, evidencia um maior comprometimento com a metodologia do que com o conteúdo em si. Porém, é necessário pontuar que o aspecto evidenciado no comportamento da E3 aponta uma tendência por parte dos estudantes a abandonar a postura reflexiva, para aplicar fórmulas matemáticas memorizadas, sem necessariamente compreender profundamente os conceitos, sugerindo que as práticas pedagógicas precisam incentivar à reflexão conceitual, de modo que promova um aprendizado significativo, em que mesmo que os estudantes façam o uso de fórmulas, que seja consciente quanto ao significado (Almeida, 2017).

Na Estação *Mão na Massa*, as estudantes enfrentam novos desafios conceituais e metodológicos, uma vez que se depararam com uma nova sequência figural e com uma tarefa que tinha por objetivo a gravação de um podcast. De forma colaborativa, elas adotaram algumas estratégias de resolução por tentativa e erro, e a partir da mediação da pesquisadora; elas conseguiram superar as dificuldades conceituais e conseguiram solucionar o problema dentro de um contexto que, segundo Radford (2022), não excedeu os números específicos, ou seja, a generalização ocorreu dentro de uma camada primária de generalidade. A partir dessa superação, elas demonstraram maior clareza no raciocínio e na formulação de hipóteses consistentes.

Quanto ao momento da gravação do podcast, observou-se a importância das Metodologias Ativas e das TDIC na promoção da colaboração e da personalização do processo de aprendizagem (Bacich; Tanzi Neto; Trevisani, 2015), dado que, as estudantes demonstraram um comprometimento em organizar o roteiro do podcast, sublinhando a eficácia dessa abordagem no desenvolvimento de competências críticas e colaborativas (Bacich; Tanzi Neto; Trevisani, 2015; Horn; Staker, 2015).

De modo geral, a Rotação 01, evidenciou a importância da *Flexibilização, Personalização, Aprendizagem Adaptada, colaboração e mediação* ativa em torno do desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos estudantes; a continuidade no incentivo à participação ativa e reflexiva, aliada ao uso de TDIC, promoveu ainda mais as habilidades críticas e colaborativas das estudantes.

As atividades propostas para o momento da Rotação 2, revelaram uma abordagem didática significativamente robusta, que valorizou sobretudo a criticidade, criatividade e a autonomia entre as estudantes.

Na Estação *Desvendando o Mistério*, percebeu-se um maior aprofundamento conceitual quando comparado com a Estação *Ação* — que tinha a mesma sequência numérica. A capacidade das estudantes iniciarem as discussões rapidamente e formularem estratégias significativas indica uma maior adaptação positiva à metodologia híbrida, bem como ao amadurecimento crítico-reflexivo no tocante ao aspecto conceitual das Sequências Recursivas. A observação atenta da E3 e suas contribuições dada para com as outras estudantes, refletiram, de certa forma, uma compreensão mais profunda dos fundamentos da cognição destacados por Radford (2022) e Martins (2024).

Já em relação à evolução do pensamento de E4, perceberam-se inerentes ao uso de fórmulas tradicionais para buscar uma abordagem mais geral/pragmática, o que por sua vez inferiu um avanço menos significativo na sua capacidade de abstração e maior generalização algébrica. Outrossim, a colaboração ativa de E1 nesta estação, bem como sua dinâmica de grupo, ilustraram como as ideias adotadas no percurso metodológico enriqueceram o processo de aprendizagem sob a perspectiva de Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015).

Já na Estação *Revelando o Mistério*, evidenciou-se a persistência, mesmo que antagonicamente à criatividade, das estudantes em resolver problemas complexos. A dependência, novamente, de fórmulas matemáticas tradicionais e a frustração diante das dificuldades revelaram áreas que ainda precisam de desenvolvimento; principalmente quando houve por parte do professor uma intervenção inadequada sugerindo, igualmente, o uso de fórmulas, embora bem-intencionada, pode, de certa forma, ter restringido o pensamento mais crítico independente das estudantes. Sobre esse ponto, Bacich *et al.* (2018) destacam a que é necessário buscar equilíbrio entre “auxílio” e “autonomia” concedida aos estudantes, fazendo com que estes consigam perceber outras formas de resolver determinadas problemáticas, porque ao enfatizar o uso de fórmulas, o professor pode inadvertidamente transmitir a ideia de que a matemática se resume a seguir procedimentos pré-determinados, em vez de encorajar uma compreensão mais profunda e flexível dos conceitos matemáticos.

Além disso, ao compararmos o desempenho das estudantes nesta estação e na Estação *Visual*, que teve a mesma sequência, percebeu-se uma falha repentina das estudantes que aparentemente parecem ter esquecido das hipóteses que foram traçadas anteriormente. Nesse ponto, existem diversos fatores que podem ser considerados, desde a falta de conexão significativa com o conteúdo, até mesmo o desafio em torno da linguagem simbólica da álgebra.

Ainda na Estação *Revelando o Mistério* as estudantes precisaram manipular incógnitas e variáveis de maneira analítica o que pode ser conceitualmente mais abstrato do que lidar com números concretos; isso, de certo modo, cria uma lacuna conceitual reflexiva sobre o entendimento dos processos de ensino e aprendizagem da Álgebra: é possível promover uma abordagem mais integrada e contínua na aprendizagem, em busca do desenvolvimento do Pensamento Algébrico, considerando os desafios frequentes que as estudantes enfrentam ao manipular hipóteses prévias e lidar com a complexidade da linguagem simbólica da álgebra? De fato, é necessário haver uma mudança nas práticas de como os conteúdos da Matemática são ensinados, e não apenas na forma como os são “resolvidos”, ou na forma como a linguagem alfanumérica se relaciona dentro do contexto algébrico; é necessário ter um entrelaçamento entre todos os conteúdos para garantir uma aprendizagem integrada, e isso significa que os conceitos e habilidades devem ser ensinados de forma interconectada, de modo que todos os estudantes possam entender as relações entre diferentes áreas de conhecimento e aplicar seu aprendizado de maneira mais ampla e eficaz.

Quanto à Estação *Explicando o Mistério*, as estudantes mostraram um progresso significativo na capacidade de partilharem uma mobilização do pensamento algébrico em relação ao trabalho coletivo. A ação de gravar um vídeo explicativo inseriu uma “camada” de complexidade sob a ideia de criatividade, incentivando as estudantes a pensarem de maneira mais ampla e a aplicarem seus conhecimentos de forma disruptiva. A participação ativa de E1, a criatividade de E2, a disposição de E4 em gravar, e a capacidade reflexiva de E3 indicam um ambiente de aprendizagem estimulante que prezou pela autonomia de cada estudante em uma função diferente na gravação do vídeo, mostrando uma conexão entre o conteúdo e sua aplicação prática conforme apontam Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015), proporcionando, portanto, um ambiente acolhedor, perseverante, cooperativo e colaborativo.

Por fim, analisando os resultados de ambas as rotações, percebeu-se uma falha metodológica, evidenciada na percepção das estudantes sobre tratar as rotações como “eventos isolados”. O fato de as estudantes interpretarem as rotações como “eventos isolados”, pode levar a uma abordagem fragmentada e menos integrada do conteúdo. As rotações, ao contrário, devem ser concebidas como partes de um todo, onde cada estação se conecta e se complementa para promover uma compreensão mais profunda do conteúdo. Essa falta de clareza na inter-relação poderia ter comprometido o objetivo maior da aprendizagem, limitando a transferência de conhecimento entre diferentes

contextos e dificultando o desenvolvimento de habilidades cognitivas mais complexas. Contudo, ao entender as rotações como partes interligadas de um todo, as estudantes podem melhorar sua compreensão do conteúdo e desenvolver habilidades mencionadas anteriormente, destacadas pelas referências teóricas utilizadas nessa pesquisa.

Acredita-se que o objetivo de estudo foi alcançado e espera-se que esta pesquisa contribua de maneira positiva para o ensino da álgebra e, para além, para o uso e desenvolvimento de novas estratégias baseadas nos modelos de ensino híbridos rotacionais. A investigação aqui conduzida teve interesse em desenvolver nas estudantes participantes a generalização algébrica a partir das Sequências Recursivas, de modo que elas conseguissem manipular as incógnitas e variáveis de maneira analítica. Contudo, conforme observado, surgiu a necessidade de propor às estudantes novas encontros para trabalhar perspectivas relacionadas ao ensino da álgebra, dado que, as restrições temporais tenham limitado essa possibilidade. Esta reflexão nos leva a considerar que esta investigação pode ser apenas o início de um estudo mais profundo e abrangente, sendo valioso realizar futuras pesquisas com uma variedade de abordagens e tarefas, explorando como o Pensamento Algébrico pode ser aprimorado através das Metodologias Ativas híbridas. Novas ideias e possibilidades emergiriam dessas investigações, ampliando nosso entendimento e promovendo avanços significativos no campo educacional e na prática pedagógica.

Referências

- ALMEIDA, J. R. Álgebra escolar na contemporaneidade: uma discussão necessária. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 8, n. 1, 2017. DOI: 10.36397/emteia.v8i1.12004.
- ALMEIDA, J. R. de. **Níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico: um modelo para os problemas de partilha de quantidade**. 2016. 202 f. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2016.
- ALMEIDA, J. R.; CÂMARA, M. Pensamento algébrico: em busca de uma definição. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 6, n. 10, p. 34-60, 2017.
- ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini; VALENTE, José Armando. **Tecnologias e currículo: trajetórias convergentes ou divergentes?**. São Paulo: Paulus, 2011.
- ALVES, E. **Concepções de docentes a respeito do uso das metodologias ativas mediadas por tecnologias digitais na educação básica**. 2023. 99 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação) – Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, 2023.
- BACICH, L.; MORAN, J. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Editora Penso, 2018.
- BACICH, L.; TANZI NETO, A.; TREVISANI, F. de M. (Org.). **Ensino híbrido: personalização e tecnologias na educação**. Porto Alegre: Editora Penso, 2015.
- BAQUEIRO, G. D. S. **Achados sobre generalização de padrões ao "garimpar" pesquisas brasileiras de educação matemática (2003-2013)**. 2016. 227 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.
- BAQUEIRO, GDS; CAZUMBÁ, A. da S.; SANTOS, ATF dos; CARVALHO, GS de; OLIVEIRA, JÁ de. Caracterizadores do pensamento algébrico e generalização de padrões matemáticos. **Revista Brasileira de Desenvolvimento**, v. 10, p. 77216–77229, 2020. DOI: 10.34117/bjdv6n10-228.

BARBOSA, A. **A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico**. 2010. 461 p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade do Minho, Braga, 2020.

BARBOSA, A.; VALE, I. A resolução de tarefas com padrões figurativos e a generalização. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2013, Montevideo. **Anais [...]**. Montevideo: [s.n.], 2013. p. 3073-3081.

BERBEL, N. A. N. As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes. **Semina: Ciências Sociais e Humanas**, v. 32, n. 1, p. 25-40, 2011.

BERTOLDO, H. L.; SALTO, F.; MILL, D. Tecnologias de informação e comunicação (verbetes). In: MILL, D. (Org.). **Dicionário Crítico de Educação e Tecnologias e de Educação a Distância**. Campinas: Papirus, 2018. p. 617-625.

BILHALVA, A. S. **Investigando o pensamento algébrico à luz da teoria dos campos conceituais**. 2020. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2020.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. Investigação qualitativa em educação: fundamentos, métodos e técnicas. In: BOGDAN, Robert; BIKLEN, S. (org.). **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994. p. 15-80.

BONALS, J. **O trabalho em pequenos grupos na sala de aula**. São Paulo: Artmed, 2003.

BORRALHO, A.; BARBOSA, E. Exploração de padrões e pensamento algébrico. **Patterns: Multiple Perspectives and Contexts in Mathematics Education**, (Projeto Padrões), p. 59-68, 2009.

BORRALHO, A.; BARBOSA, E. Padrões e o desenvolvimento do pensamento algébrico. In: Conferência interamericana de educação matemática, 23, 2011, Recife. **Anais [...]**. Recife, 2011, 12 p.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão Final. Ministério da Educação, Brasília, 2018.

CAETANO, L. M. D.; NASCIMENTO, M. M. N. Tecnologia e pedagogia: caminhos para o sucesso. In: PUSTILNIK, Marcelo Vieira (Org.). **Robótica Educacional e Aprendizagem: o lúdico e o aprender fazendo em sala de aula**. 1. ed. Curitiba: CRV, 2018. v. 1, p. 23-38.

CAMARGO, F.; DAROS, T. **A sala de aula inovadora: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo**. [s.l.]: Penso Editora, 2018.

CAMILLO, C. M. **Blended learning: uma proposta para o ensino híbrido**. EaD & Tecnologias Digitais na Educação, v. 5, n. 7, p. 64-74, 2017.

CARDOSO, I. N. A. **Tecnologias digitais na educação híbrida: interação e mediação pedagógica**. Curitiba: CRV, 2024.

CASTRO, M. R. **Educação algébrica e resolução de problemas**. Boletim Salto para o Futuro, TV Escola, Brasília, 2003.

CHAVES, E. O. C. **O futuro da escola na sociedade da informação**. Campinas: Mindware, 1998.

CHRISTENSEN, C. M.; HORN, M. B.; STAKER, H. **Ensino híbrido: uma inovação disruptiva? Uma introdução à teoria dos híbridos**. Clayton Christensen Institute for Disruptive Innovation. Tradução Fundação Lemann e Instituto Península, 2013.

COELHO, F. U.; AGUIAR, M. A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. **Estudos Avançados**, v. 32, n. 94, p. 171-187, 2018.

COELHO, M. A. Conectivismo: uma nova teoria da aprendizagem para uma sociedade conectada. **SAPIENS - Revista de Divulgação Científica**, v. 1, n. 1, s.p., 2019. Disponível em: <https://revista.uemg.br/index.php/sps/article/view/3433>. Acesso em: 28 out. 2022.

COHEN, E. G.; LOTAN, R. A. **Planejando o trabalho em grupo: estratégias para salas de aula heterogêneas**. Tradução de Luís Fernando Marques Dorvillé et al. Revisão técnica de Mila Molina Carneiro e José Ruy Lozano. 3. ed. Porto Alegre: Penso, 2017.

CORREA, M. dos S.. **Metodologias ativas e formação inicial: perspectiva da prática pedagógica no curso de Ciências Naturais/Biologia da UFMA, Campus Pinheiro**. 2022. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Maranhão, Pinheiro, 2022.

COTA MACHADO, S. Análise sobre o uso das tecnologias digitais da informação e comunicação (Tdics) no processo educacional da geração internet. **RENOTE**, v. 14, n. 2, p. 1-10, 2016. DOI: 10.22456/1679-1916.70645. Disponível em: <https://www.seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/70645>. Acesso em: 9 out. 2022.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DEVLIN, Keith. **Matemática: a ciência dos padrões**. São Paulo: Porto Editora, 2002.

DEWEY, John. **A arte como experiência**. Tradução de Vera Ribeiro; introdução por Abraham Kapla. São Paulo: Editora Martins, 2010.

DIESEL, A.; BALDEZ, A. L. S.; MARTINS, S. N. Os princípios das metodologias ativas de ensino: uma abordagem teórica. **Revista Thema**, v. 14, n. 1, p. 268-288, 2017.

DILLENBOURG, P. et al. The evolution of research on collaborative learning. In: SPADA, E.; REIMAN, P. (Ed.). **Learning in Humans and Machine: Towards an Interdisciplinary Learning Science**. Oxford: Elsevier, 1996. p. 189-211.

DOS SANTOS, M. J. C.; DE ALMEIDA NETO, Carlos Alves. Teoria da objetivação: reflexões sobre o engajamento nas aulas de matemática para uma aprendizagem colaborativa. **REMATEC**, v. 16, n. 39, p. 101-118, 2021.

DUARTE, S. M. **Os impactos do modelo tradicional de ensino na transposição didática e no fracasso escolar**. 2018. 200 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.

FILATRO, A.; CAVALCANTI, C. C.. **Metodologias inov-ativas**. 2. ed. São Paulo: Saraiva Educação SA, 2022.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: SEMINÁRIO LUSO-BRASILEIRO DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NO CURRÍCULO E NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 2005, Lisboa. **Anais [...]**. Lisboa, 2005.

FIORENTINI, D.; MIORIN, M. A.; MIGUEL, A. A contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, v. 4, n. 1, p. 78-91, 1993.

FOFONCA, E.; SCHONINGER, R. R. Z. V.; COSTA, C. S. A mediação tecnológica e pedagógica em ambientes virtuais de aprendizagem: contribuições das dimensões da educomunicação. **Revista Tempos e Espaços em Educação**, v. 11, n. 24, p. 267-278, 2018.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 69. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2021.

GIL, A. C. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOMES, L. P. da S. **Introdução à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação**. 2020. 180 f. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2020.

GOMES, L. P. S.; NORONHA, C. A. Caracterização do pensamento algébrico na perspectiva da Teoria da Objetivação. In: GOROBA, S. T.; RADFORD, L. **Teoria da Objetivação: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020.

GUIMARÃES, D. **Cenários para investigação matemática no ensino fundamental: uma experiência com Ensino Híbrido na modalidade rotação por estações**. 2019. 213 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Federal do Pampa, Bagé, 2019.

HERBERT, K.; BROWN, R. H. Patterns as tools for algebraic reasoning. **Teaching Children Mathematics**, v. 3, n. 6, p. 340-344, 1997.

HORN, M.; STAKER, H. **Blended: usando a inovação disruptiva para aprimorar a educação**. Tradução por Maria Cristina Gularte Monteiro; revisão técnica por Adolfo Tanzi Neto e Lilian Bacich. Porto Alegre: Penso, 2015.

- HOZ, V. G. **Educação personalizada**. São Paulo: Kírion, 2018.
- KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. (Eds.). **Algebra in the Early Grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008.
- KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação**. 8. ed. Campinas: Papirus, 2012.
- KENSKI, V. M. **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. Campinas: Papirus, 2003.
- KIERAN, C. Developing algebraic reasoning: the role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. **Quadrante**, v. 16, n. 1, p. 5-26, 2007.
- KIERAN, C. The learning and teaching of school algebra. In: GROUWS, D. A. (Ed.). **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. New York: National Council of Teachers of Mathematics, 1992. p. 390-419.
- LAMONATO, M.; PASSOS, C. L. B. Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática. **Zetetike**, v. 19, n. 2, p. 51-74, 2012. DOI: 10.20396/zet.v19i36.8646625. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646625>. Acesso em: 11 jun. 2024.
- LÉVY, P. **Cibercultura**. Trad. Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Editora 34, 1999.
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 1997.
- LOVATO, F. L.; et al. Metodologias ativas de aprendizagem: uma breve revisão. **Acta Scientiae**, v. 20, n. 2, p. 154-171, 2018.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. 2. ed. São Paulo: E.P.U., 2013.
- MAIA, D. L.; CASTRO FILHO, J. A. de. Aprendizagem colaborativa apoiada por TDIC na Educação Matemática de professores: tecendo argumentos para efetivação de uma proposta. In: Congresso Regional sobre Tecnologias na Educação, 2016, Natal. **Anais [...]**, Natal, 2016, p. 461-471.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos da Metodologia Científica**. São Paulo: Editora Atlas, 2003.

MAROQUIO, V. S. Sequências didáticas como recurso pedagógico na formação continuada de professores. **Brazilian Journal of Development**, v. 7, n. 10, p. 95397-95409, 2021.

MARTINS, L. W. **O sinal de igual e noções iniciais de equação no primeiro segmento da educação de jovens e adultos: uma experiência didática a luz da teoria da objetivação**. 2023. 88p. Dissertação (Mestrado Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2023.

MASETTO, M. T. **O professor na hora da verdade: a prática docente no Ensino Superior**. São Paulo: Avercamp, 2010.

MATTAR, J. **Metodologias ativas e novas tecnologias**. São Paulo: Penso, 2018.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â. Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo?. **Pro-Posições**, v. 3, n. 1, 1992.

MORAN, J. M. Metodologias ativas e modelos híbridos na educação. In: YAEHASHI, S. F. R.; BIANCHINI, L. G. B.; OLIVEIRA JÚNIOR, I. B. de; SANTOS, A. R. dos; SILVA, S. F. K. da. (Orgs.). **Novas tecnologias digitais: reflexões sobre a mediação, aprendizagem e desenvolvimento**. Curitiba: CRV, 2017. p. 23–35.

MORAN, J. M. Mudando a educação com metodologias ativas. In: SOUZA, C. A.; MORALES, O. E. T. (Orgs.). **Convergência Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens**, v. 2. Ponta Grossa: Foca Foto-PROEX/UEPG, 2015.

MORAN, J. M. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 21. ed. rev. e atual. Campinas: Papirus, 2013.

MOREIRA, M. A. Pesquisa em ensino: aspectos metodológicos. **Actas del PIDE: Programa Internacional de Doctorado en Enseñanza de las Ciencias**, v. 5, p. 101-136, 2003.

MORRIS, P. W. **The management of projects**. London: Thomas Telford, 1997.

MOYSÉS, L. O. **O desafio de saber ensinar**. 12^a ed. Papirus, 1994.

NASCIMENTO, N. C. M. do. **Aplicação da metodologia da sala de aula invertida no ensino da botânica para o ensino médio**. 2020. 91 f. Dissertação (Mestrado Ensino de Biologia) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2020.

OLIVEIRA DA SILVA, E. M. Como aprende o nativo digital: reflexões sob a luz do conectivismo. **Revista Intersaberes**, v. 9, n. 17, p. 68-80, 2014.

OLIVEIRA, G. P.; DE OLIVEIRA, M. L. Generalização de padrões e tecnologias digitais: um experimento com alunos do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 24, n. 3, p. 526-557, 2022.

OLIVEIRA, M. M. **Como fazer projetos, relatórios, monografias, dissertações e teses**. 4. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

OLIVEIRA, N. L.; LEITE, B. S. Análise dos critérios para uma educação personalizada em artigos da área de ensino publicados entre 2010-2020. **Rev. Exitus**, v. 11, n. 1, p. e020197, 2021.

OLIVEIRA, Z. H. R. de. Formação continuada de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental no contexto remoto: um olhar para processos de objetivação em tarefas de generalização de padrões. 2022. 103 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2022.

OLLAIK, L. G.; ZILLER, H. M. Concepções de validade em pesquisas qualitativas. **Educação e Pesquisa**, v. 38, n. 1, p. 229-241, 2012.

ORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de L. (Orgs.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020.

ORTON, A.; ORTON, J. Pattern and Approach to Algebra. In: ORTON, A. (Ed.). **Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics**. Londres: Cassel, 1999. p. 104-124.

PAIVA, V. **História da educação popular no Brasil: educação popular e educação de adultos**. 6. ed. São Paulo: Loyola, 2003.

PALLOFF, R. M.; PRATT, K. **O aluno virtual: um guia para trabalhar com estudantes on-line**. Porto Alegre: Artmed, 2004.

PANITZ, T. **A definition of collaborative vs cooperative learning**. Disponível em: http://colccti.colfinder.org/sites/default/files/a_definition_of_collaborative_vs_cooperative_learning.pdf. Acesso em: 12 abr 2024.

PINTO, Á. V. **O conceito de tecnologia**. São Paulo: Contraponto, 2008.

POLYA, J. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciências, 1977.

PRENSKY, M. **Digital Native, digital immigrants**. Digital Native immigrants. On the Horizon, MCB University Press, [s.l.], v. 9, n. 5, 2001. Acesso em: 22 jan 2024.

RADFORD, L. Algebraic Thinking and The Generalization of Patterns: a semiotic perspective. In: PME-NA, 28., 2006, Mérida. **Anais [...]**. Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional, 2006. p. 1-21.

RADFORD, L. Antes que outras incógnitas fossem inventadas: investigações didáticas acerca dos métodos e problemas da álgebra italiana medieval. In: RADFORD, L. **Cognição matemática: história, antropologia e epistemologia**. São Paulo: Livraria da Física, 2011a.

RADFORD, L. Aspectos Conceituais e Práticos da Teoria da Objetivação. In: MORETTI, V. D.; RADFORD, L. (Orgs.). **Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural**. São Paulo: Livraria da Física, 2021. cap. 1, p. 35-56.

RADFORD, L. Body, matter and signs in the constitution of meaning in mathematics. In: HOUEMENT, C.; DE HOSSON, C.; HACHE, C. (Eds.). **Semiotic Approaches in Science Didactic**. 2022. p. 247-282.

RADFORD, L. **Cognição matemática: história, antropologia e epistemologia**. São Paulo: Livraria da Física, 2011b.

RADFORD, L. **De la teoría de la objetivación**. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, v. 7, n. 2, p. 132-150, 2014.

RADFORD, L. En torno a tres problemas de generalización. In: RICO, L.; CAÑADAS, M. C.; GUTIÉRREZ, J.; MOLINA, M.; SEGOVIA, I. (Orgs.). **Investigación en Didáctica de las Matemáticas**. Granada, Espanha: Editorial Comares, 2013. p. 3-12.

RADFORD, L. Gestures, Speech, and the Sprouting of Signs: a semiotic-cultural approach to students' types of generalization. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 5, n. 1, p. 37-70, 2003.

RADFORD, L. Grade 2 students' non-symbolic algebraic thinking. In: CAI, J.; KNUTH, E. (Eds.). **Early algebraization. Advances in Mathematics Education**. Berlin, Heidelberg: Springer, 2011c.

RADFORD, L. Iconicity and Contraction: A Semiotic Investigation of Forms of Algebraic Generalizations of Patterns In Different Contexts. **ZDM – The International Journal on Mathematica Education**, v. 40, p. 83–96, 2008.

RADFORD, L. O Ensino-Aprendizagem da Álgebra na Teoria da Objetivação. In: MORETTI, V. D.; RADFORD, L. (Eds.). **Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural**. São Paulo: Livraria da Física, 2021. cap. 7, p. 171-195.

RADFORD, L. Signs, gestures, meanings: algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. In: DURAND-GUERRIER, V.; SOURY-LAVERGNE, S.; ARZARELLO, F. (Eds.). **Proceedings of the Sixth Conference of European Research in Mathematics Education (CERME 6)**. Lyon: Université Claude Bernard, 2009. p. XXXIII–LIII.

RADFORD, L. Signs, gestures, meanings: algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. In: CERME, 6., 2009, Lyon, França. **Anais [...]**. Lyon: INRP, 2009. p. 33-53.

RADFORD, L. The Emergence of Symbolic Algebraic Thinking in Primary School. In: KIERAN, C. (Ed.). **Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5- to 12-Year-Olds: the global evolution of an emerging field of research and practice**. New York: Springer, 2018. p. 3-25.

RADFORD, L. The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. In: RADFORD, L.; SCHUBRING, G.; SEEGER, F. (Eds.). **Semiotics in mathematics education: epistemology, history, classroom, and culture**. Rotterdam: Sense Publishers, 2008. p. 201-234.

RADFORD, L. The Progressive Development of Early Embodied Algebraic Thinking. **Mathematics Educ. Res. J.**, v. 26, n. 2, p. 257-277, 2013.

REGIS, F. C. do N. **Introdução ao pensamento algébrico: a generalização de padrões**. 2017. 164 p. Dissertação (Mestrado em Educação e Docência) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.

RIVERA, F.; BECKER, J. Figural and numerical modes of generalization in álgebra. **Mathematics Teaching in the Middle School**., v. 11, n. 4, p. 198-203, 2005. DOI: 10.5951/MTMS.11.4.0198

ROCHA, C. J. T.; FARIAS, S. A. de. Metodologias ativas de aprendizagem possíveis ao ensino de ciências e matemática. **REAMEC - Rede Amaz. Educ. Ciênc. Matemática**, v. 8, n. 2, p. 69-87, 2020. DOI: 10.26571/reamec.v8i2.9422. Disponível em: <http://repositorio.ufpa.br:8080/jspui/handle/2011/14385>. Acesso em: 11 out. 2022.

ROMEIRO, I. O.; MORETTI, V. D. O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Formação de Professores dos Anos Iniciais: Contribuições da Teoria da Objetivação. In: MORETTI, V.; RADFORD, L. (Eds.). **Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais: Diálogos e Complementaridades entre a Teoria da Objetivação e a Teoria Histórico-Cultural**. São Paulo: Livr. Física, 2021. cap. 4, p. 105-129.

SANDEFUR, J.; CAMP, D. Patterns: Revitalizing Recurring Themes in School Mathematics. **Mathematics Teaching**., v. 98, n. 4, p. 211, 2004.

SANTAROSA, L. M. C.; NITZE, J. A.; CARNEIRO, M. L. F.; GELLER, M. Avaliando aplicações para a criação de ambientes de aprendizagem colaborativa. In: X Simpósio Bras. Inform. Educ. (SBIE), **Anais [...]**. Curitiba: SBC, 1999. pp. 303-310.

SANTOS JUNIOR, C. P. **Estratégias utilizadas por alunos do 7º, 8º e 9º ano do Ensino Fund. na resolução de problemas de partilha**. 2013. 105 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática Tecnológica) – Universidade Federal Pernambuco, Recife, 2013.

SANTOS, N. P. **A construção do conceito de função através Resolução de Problemas no Ensino Híbrido**. 2022. 133 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2022.

SIEMENS, G. **Connectivism: a learning theory for the digital age**. Disponível em: https://eclass.uoa.gr/modules/document/file.php/PPP130/DIMENTE09/elearnspace.%20Connectivism_%20...pdf. 2004. Acesso em: 15 jun. 2023.

SILVA, A. M. S.; MORAIS, C. F. A.; TIBURTINO, N. A. C. T. Aprendizagem matemática e o ensino híbrido: possibilidades de personalização nos anos iniciais do

Ensino Fund. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, v. 7, n. 3, p. 74-91, 2020. DOI: 10.26571/reamec.v7i3.9273. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/reamec/article/view/9273>. Acesso em: 1 abr. 2023.

SILVA, E. R. O ensino híbrido no contexto das escolas públicas brasileiras: contribuições e desafios. **Revista Porto das Letras.**, v. 3, n. 1, p. 151-164, 2017. Disponível em: <https://sistemas.uft.edu.br/periodicos/index.php/portodasletras/article/view/4877/12589>. Acesso em: 14 jul. 2022.

SILVA, I.; SANADA, E.; R. Procedimentos metodológicos nas salas de aula do curso de Pedagogia: experiências de ensino híbrido. In: BACICH, L.; MORAN, J. (Eds.). **Metodologias Ativas para uma Educ. Inovadora: uma Abordagem Teórico-Prática**. Porto Alegre, 2018. p. 162-187.

SILVA, R. de M. da. Pensamento algébrico em tarefa com padrões: uma investigação nos anos finais do Ensino Fundamental. 2021. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2021.

SILVEIRA, I. S. et al. **Matofobia: uma breve abordagem sobre as dificuldades no ensino da Matemática**. 2022. 31 p. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Matemática) - Universidade Federal de Campina Grande, Cuité, 2022.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema Boletim Educação Matemática**, v. 13, n. 14, p. 66–91, 2000.

SOUZA, P. R. de; ANDRADE, M. do C. F. de. Modelos de rotação do ensino híbrido: estações de trabalho e sala de aula invertida. **Revista e-TECH: Tecnologias para Competitividade Industrial**, v. 9, n. 1, p. 03–16, 2016. DOI: 10.18624/e-tech. v9i1.773. Disponível em: <https://etech.sc.senai.br/revista-cientifica/article/view/773>. Acesso em: 15 jun. 2024.

SOUZA, T. M.; CHAGAS, A. M.; ANJOS, R. C. A. A. Ensino híbrido: Alternativa de personalização da aprendizagem. **Revista Com Censo**, v. 6, n. 1, pp. 59-66, 2019.

STACEY, K. Finding and Using Patterns in Linear Generalising Problems. **Educational Studies in Mathematics**, v. 20, n. 2, p. 147-164, 1989.

SUCUPIRA, I. da S.; CATARINO, G. F. de C. Construção colaborativa de uma sequência didática: estratégias facilitadoras para a prática docente de professores de matemática.

Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática, v. 5, n. 1, p. 48-71, 2021.

TEIXEIRA WITT, D.; CRISTINA MARTINI ROSTIROLA, S. Conectivismo Pedagógico: novas formas de ensinar e aprender no século XXI. **Rev. Thema**, v. 16, n. 4, p. 1012–1025, 2020. DOI: 10.15536/thema.V16.2019.1012-1025.1583.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez, 2011.

TORI, R. A presença das tecnologias interativas na educação. **Revista de Computação e Tecnologia (ReCeT)**, v. 2, n. 1, p. 4-16, 2010.

TORRES, P. L.; IRALA, E. A. F. Aprendizagem colaborativa: teoria e prática. In: **Aprendizagem colaborativa: teoria e prática. Complexidade: redes e conexões na produção do conhecimento**. Curitiba: Senar, 2014. p. 61-93.

TREVISANI, F. de M.; CORRÊA, Y. Ensino híbrido e o desenvolvimento de competências gerais da Base Nacional Comum Curricular. **Rev. Prâksis**, v. 2, p. 43–62, 2020. DOI: 10.25112/rpr.v2i0.2208. Disponível em: <https://periodicos.feevale.br/seer/index.php/revistapraksis/article/view/2208>. Acesso em: 15 jun. 2024.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COSFORD, A. F.; SHULTE, A. F (Orgs.). **As Ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. p. 9-22.

VALE, I. As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos. **Rev. Interacções**, v. 8, n. 20, 2012. DOI: 10.25755/int.493. Disponível em: <https://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/493>. Acesso em: 11 jun. 2024.

VALE, I., Palhares, P., Cabrita, I. & Borralho, A. (2006). Os padrões no ensino e aprendizagem da Álgebra. Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L.

VALE, I.; PIMENTEL, T. O pensamento algébrico e a descoberta de padrões na formação de professores. **Da Investigação às Práticas: Estudos de Natureza Educacional**, v. 3, n. 2, p. 98-124, 2013.

VALE, I.; PIMENTEL, T. Padrões: um tema transversal do currículo. **Educação e Matemática**, n. 85, p. 14-20, 2005.

VALENTE, J. A. **Informática na Educação: uma questão técnica ou pedagógica**. Campinas: NIED-UNICAMP, 1999.

VERGARA, A. C. E.; HINZ, V. T.; LOPES, J. L. B. Como Significar a Aprendizagem de Matemática Utilizando os Modelos de Ensino Híbrido. **Rev. Thema**, v. 15, n. 3, p. 885-904, 2018.

VERGEL, R. El gesto y el ritmo en la generalización de patrones. **Uno: Revista de Didáctica de Las Matemáticas**, v. 73, n. 1, p. 23-31, jul. 2016.

VERGEL, R. Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. **PNA (Rev. Invest. Didát. da Matemática)**, v. 9, n. 3, p.193-215, 2015. Disponível em: <https://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/view/6220/5534>. Acesso em: 27 maio 2019.

VERGEL, R. Reflexões teóricas sobre a atividade semiótica dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fund. em uma tarefa de sequenciamento de padrões. In: MORETTI, V.; RADFORD, L. (Eds.). **Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais: Diálogos e Complementaridades entre a Teoria da Objetivação e a Teoria Histórico-Cultural**. São Paulo: Livraria da Física, 2021.

VERGEL, R. ¿Cómo emerge el pensamiento algebraico? El caso del pensamiento algebraico factual. **Uno: Revista de Didáctica de Las Matemáticas**, La Rioja, v. 68, n. 1, p. 917, 2015.

WITT, D. T.; ROSTIROLA, S. C. M. Conectivismo Pedagógico: novas formas de ensinar e aprender no século XXI. **Rev. Thema**, v. 16, n. 4, p. 1012-1025, 2019.

YIN, R. K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim**. Penso Editora, 2016.

ZABALZA, M. A. **Qualidade em educação infantil**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Apêndices

APÊNDICE A: QUESTIONÁRIO QVA

QVA – CONHECENDO OS ESTUDANTES

Criado no Google *Forms*

Nossa proposta hoje é conhecer um pouco de vocês, afinal, vocês toparam conhecer um pouco sobre mim e sobre minha pesquisa, então, está na hora de conhecer um pouco mais de vocês. Esse questionário não tem nenhum caráter avaliativo e deve ser respondido com sinceridade, sem pressão, tranquilamente. Fiquem à vontade para responder!

1. Você possui aparelho celular?
 - ☐ Sim
 - ☐ Não
2. Liste 5 coisas que você gosta
3. Você curte muito ficar nas redes sociais? Se sim, quais são as que você mais utiliza?
 - ☐ Facebook
 - ☐ Twitter
 - ☐ Instagram
 - ☐ Whatsapp
 - ☐ Tiktok
 - ☐ Kwai
 - ☐ Youtube
4. De 0 a 10, quanto você gosta de Matemática?
5. Você acredita que há diferentes formas de aprender um conteúdo novo?
 - ☐ Sim
 - ☐ Não
6. Você acredita que cada pessoa pode aprender de uma forma diferente?
 - ☐ Sim
 - ☐ Não
7. Você aprende melhor quando: (pode marcar até 2 alternativas)
 - ☐ Ler o conteúdo
 - ☐ Assisto vídeo aula
 - ☐ Escrevo as anotações
 - ☐ Ouvindo e escrevendo
 - ☐ Em grupo com os amigos
 - ☐ Sozinho

APÊNDICE B: FICHA DE REGISTRO COLETIVO FRC DA RT01

FICHA DA ESTAÇÃO AÇÃO



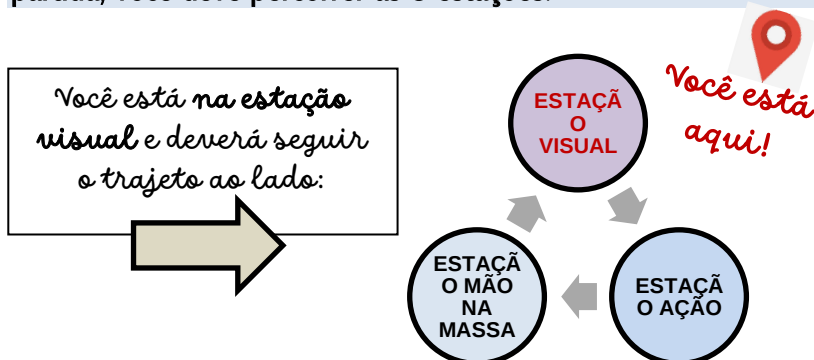
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS

Letícia Rayane

Nome: _____ Data: ____ / ____ / ____
Grupo de Trabalho: _____

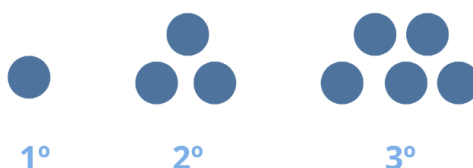
Orientações iniciais

Nossa proposta hoje é realizar um desafio sobre o tema sequências recursivas a partir da metodologia “rotação por estações”, onde cada estudante percorrerá 3 estações com diferentes atividades. Para cada estação, você terá até 25 minutos para finalizar o seu desafio. Você poderá começar a partir de qualquer estação, e a partir do seu ponto de partida, você deve percorrer as 3 estações.



Vamos começar o desafio da estação visual?

1º passo: Observando a sequência abaixo você deve descobrir o 4º termo, 5º termo e o 20º termo desta sequência.



2º passo: Após descobrir os termos solicitados no 1º passo, desenhe os 4º termos, 5º termo e o 15º termo na folha de respostas.

FICHA DA ESTAÇÃO AÇÃO:



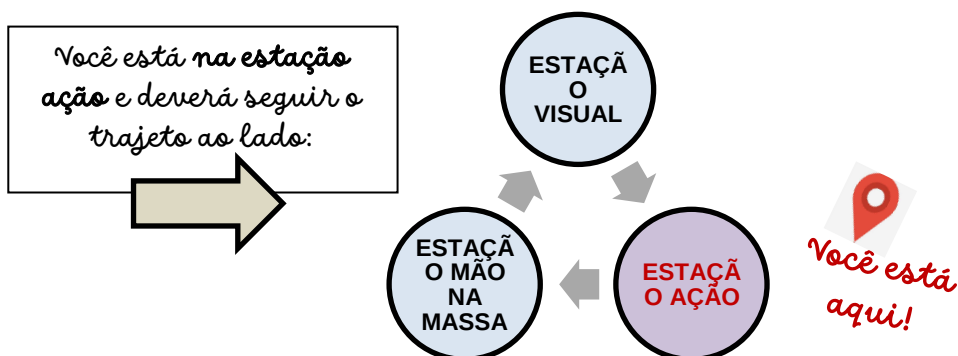
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS

Leticia Rayane

Nome: _____ Data: ____ / ____ / ____
Grupo de Trabalho: _____

Orientações iniciais

Nossa proposta hoje é realizar um desafio sobre o tema sequências recursivas a partir da metodologia “rotação por estações”, onde cada estudante percorrerá 3 estações com diferentes atividades. Para cada estação, você terá até 25 minutos para finalizar o seu desafio. Você poderá começar a partir de qualquer estação, e a partir do seu ponto de partida, você deve percorrer as 3 estações.



Vamos começar o desafio da estação ação?

1º passo: Observando a sequência abaixo vocês devem descobrir o 5º termo, 6º termo e o 20º termo desta sequência.

2, 5, 8, 11...

2º passo: Após descobrir, escreva na sua folha de respostas o passo a passo de como chegou aos termos no 1º passo.

FICHA DA ESTAÇÃO MÃO NA MASSA



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS

Letícia Rayane

Nome: _____ Data: ____ / ____ / ____
Grupo de Trabalho: _____

Orientações iniciais

Nossa proposta hoje é realizar um desafio sobre o tema sequências recursivas a partir da metodologia “rotação por estações”, onde cada estudante percorrerá 3 estações com diferentes atividades. Para cada estação, você terá até 25 minutos para finalizar o seu desafio. Você poderá começar a partir de qualquer estação, e a partir do seu ponto de partida, você deve percorrer as 3 estações.



Vamos começar o desafio da estação mão na massa?

1º passo: Observando a sequência abaixo, descubra o 10º termo.



2º passo: Depois de descobrir o 10º termo, o seu grupo de trabalho deverá escolher um estudante para gravar um podcast, explicando como conseguiram encontrar os termos do 1º passo. Organize o conteúdo a gravar com seu grupo, e em seguida chame o monitor para auxiliar no processo de gravação. Vocês terão à disposição os equipamentos e a assistência necessária para gravação do seu podcast!
O podcast deverá ter no máximo 5 minutos gravados!

APÊNDICE C: FICHA DE REGISTRO COLETIVO DA RT02

FICHA DA ESTAÇÃO DESVENDANDO O MISTÉRIO



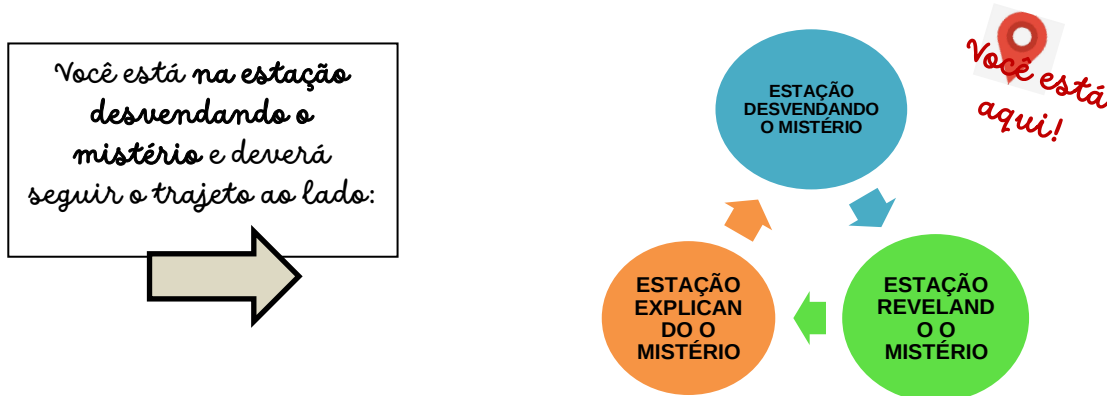
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS

Leticia Rayane

Nome: _____ Data: ____ / ____ / ____
Grupo de Trabalho: _____

Orientações iniciais

Nossa proposta hoje é realizar um novo desafio sobre o tema sequências recursivas a partir da metodologia “rotação por estações”, onde cada estudante percorrerá 3 estações com diferentes atividades. Para cada estação, você terá até 30 minutos para finalizar o seu desafio. Você poderá começar a partir de qualquer estação, e a partir do seu ponto de partida, você deve percorrer as 3 estações.



Vamos começar o desafio de desvendar o mistério?

O Mistério: Observando a sequência abaixo descubra uma expressão que determine qualquer termo dessa sequência.

2, 5, 8, 11...

Passo importante: Escreva em sua folha de respostas o passo a passo que você fez para desvendar esse mistério.

FICHA DA ESTAÇÃO REVELANDO O MISTÉRIO



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS

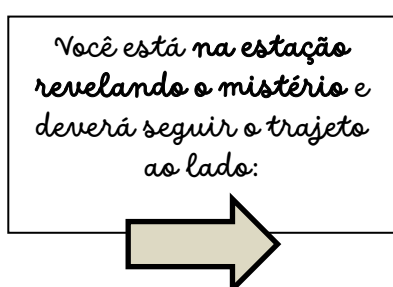
Letícia Rayane

Nome: _____ Data: ____ / ____ / ____

Grupo de Trabalho: _____

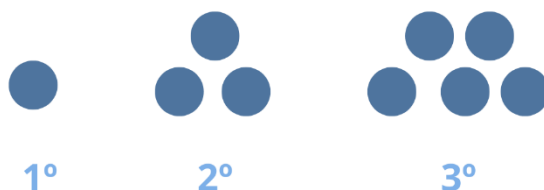
Orientações iniciais

Nossa proposta hoje é realizar um novo desafio sobre o tema sequências recursivas a partir da metodologia “rotação por estações”, onde cada estudante percorrerá 3 estações com diferentes atividades. Para cada estação, você terá até 30 minutos para finalizar o seu desafio. Você poderá começar a partir de qualquer estação, e a partir do seu ponto de partida, você deve percorrer as 3 estações.



Vamos começar o desafio de revelar o mistério?

O mistério: Observando a sequência abaixo, determine uma expressão que é capaz de determinar o **QUALQUER termo** dessa sequência?



FICHA DA ESTAÇÃO EXPLICANDO O MISTÉRIO



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS

Letícia Rayane

Nome: _____ Data: ____ / ____ / ____
Grupo de Trabalho: _____

Orientações iniciais

Nossa proposta hoje é realizar um novo desafio sobre o tema sequências recursivas a partir da metodologia “rotação por estações”, onde cada estudante percorrerá 3 estações com diferentes atividades. Para cada estação, você terá até 30 minutos para finalizar o seu desafio. Você poderá começar a partir de qualquer estação, e a partir do seu ponto de partida, você deve percorrer as 3 estações.



Vamos começar o desafio de explicar o mistério?

O mistério: Observando a sequência abaixo, você conseguiria determinar uma expressão que determinasse quantos triângulos teria a n^{a} (enésima) figura dessa sequência?



Próximo passo: Depois de solucionar o mistério acima, o seu grupo de trabalho deverá escolher um estudante para gravar um vídeo, explicando como resolveram o mistério. Organize o conteúdo e como será a gravação com seu grupo, e em seguida chame o monitor responsável para auxiliar no processo de gravação. Usem a criatividade. Vocês terão à disposição os equipamentos e a assistência necessária para gravação do seu podcast! O vídeo deverá ter no máximo 5 minutos gravados!

**APÊNDICE D: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA
MENORES DE 18 ANOS**

Eu, _____, CPF _____,
abaixo assinado, responsável por _____, autorizo a sua participação no estudo **ESTRATÉGIAS PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ÁLGEBRICO A PARTIR DE UMA ABORDAGEM HÍBRIDA ROTACIONAL**. como participante. Fui devidamente informado/a e esclarecido/a pelo pesquisador sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes da participação dele/a. Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade (ou interrupção de seu acompanhamento/assistência/tratamento) para mim ou para o/a menor em questão.

Local e data _____

Assinatura do/da responsável: _____

Presenciamos a solicitação de consentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e aceite do participante o em participar. 02 testemunhas (não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

**APÊNDICE E: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO PARA
MAIORES DE 18 ANOS**

Eu, _____, CPF _____, abaixo assinado pela pessoa por mim designada, após a leitura (ou a escuta da leitura) deste documento e de ter tido a oportunidade de conversar e ter esclarecido as minhas dúvidas com o pesquisador responsável, concordo em participar do estudo “ESTRATÉGIAS PARA O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ÁLGBRICO A PARTIR DE UMA ABORDAGEM HÍBRIDA ROTACIONAL.” como participante. Fui devidamente informado/a e esclarecido/a pelo pesquisador sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação. Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento sem que isto leve a qualquer penalidade.

Por solicitação de _____, que é (deficiente visual ou está impossibilitado de assinar), eu _____ assino o presente documento que autoriza a sua participação neste estudo.

Local e data _____

Assinatura do participante

Presenciamos a solicitação de consentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e o aceite do participante em participar. (02 testemunhas não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

APÊNDICE F: TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, _____ abaixo assinado, concordo em participar do estudo “**Estratégias para o desenvolvimento do pensamento algébrico a partir de uma abordagem híbrida rotacional**”, como participante. Fui informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, o que vai ser feito, assim como os possíveis riscos e benefícios que podem acontecer com a minha participação. Foi-me garantido que posso desistir de participar a qualquer momento, sem que eu ou meus pais precise pagar nada.

Local e data: _____

Assinatura do (da) menor:

Assinatura do Responsável (da) menor:

Presenciamos a solicitação de assentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e aceite do/a participante em participar. Duas (02) testemunhas (não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura: